

Elementargeometrie – Übungsblatt 11

Aufgabe 1 (6 Punkte)

- Zeige, dass für einen Winkel in einer absoluten Ebene die Winkelhalbierende genau aus den Punkten im Inneren des Winkels besteht, die von beiden Schenkeln den gleichen Abstand haben.
- Gegeben seien in einer absoluten Ebene ein Dreieck $\triangle ABC$, in dem $\angle CAB$ ein rechter Winkel ist, und ein Punkt C' auf $AC^+ \setminus \{A\}$, so dass $\angle C'BC \cong \angle CBA$ gilt. Zeige, dass dann $d(C', C) \geq d(C, A)$ gilt.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Gegeben seien zwei Punkte P, Q der oberen Halbebene, die auf der imaginären Achse liegen.

- Bestimme den Abstand von P und Q bezüglich der hyperbolischen Metrik $d_{\mathbb{H}}$.
- Bestimme den Mittelpunkt der Strecke \overline{PQ} .

Aufgabe zum Nachdenken 3 (keine Abgabe)

Gegeben seien zwei Punkte P, Q in der oberen Halbebene mit $P = a + ci$ und $Q = b + ci$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}, c > 0$. Was passiert mit dem hyperbolischen Abstand von P und Q , wenn c immer größer wird?

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)

Wie kann man im Modell der oberen Halbebene Winkel messen? Wie findet man Mittelpunkte? Und wie konstruiert man damit Mittelsenkrechten? Oder Winkelhalbierende?

Aufgabe zum Nachdenken 5 (keine Abgabe)

Zeige, dass die Matrizen der Form $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $ad - bc = \pm 1$ eine Gruppe bilden. Finde Erzeuger dieser Gruppe.

Wie können wir diese Matrizen als Abbildungen der oberen Halbebene auffassen? Welche Rolle spielen dabei die Erzeuger?

Aufgabe zum Nachdenken 6 (keine Abgabe)

Gegeben seien im Modell der oberen Halbebene die drei Geraden $h_{-1,2}, h_{1,2}$ und $h_{0,r}$ mit $r \in (1, 3)$. Die Schnittpunkte der Geraden heißen P, Q und R .

Bestimme die Innenwinkelsumme des Dreiecks $\triangle PQR$ in Abhängigkeit von r . Wann ist diese wohldefiniert? Was passiert in den „entarteten“ Fällen?

Abgabe bis Mittwoch, 04. Juli 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.