

Elementargeometrie – Übungsblatt 12

Aufgabe 1 (4 Punkte)

- Gegeben seien zwei Punkte A, B der oberen Halbebene, die die hyperbolische Gerade $AB \in \mathbb{G}_1$ definieren. Seien X, Y die uneigentlichen Punkte von AB und A' bzw. B' die Lotfußpunkte von A bzw. B auf der reellen Geraden u . Zeige, dass dann $(|DV|(A, B, X, Y))^2 = DV(A', B', X, Y)$ gilt.
- Das komplexe Doppelverhältnis ist für vier komplexe Zahlen z_1, z_2, z_3, z_4 definiert als $DV(z_1, z_2, z_3, z_4) := \frac{(z_1 - z_3)(z_2 - z_4)}{(z_1 - z_4)(z_2 - z_3)}$. Zeige, dass dieses Doppelverhältnis invariant unter orientierungserhaltenden Möbiustransformationen ist. Was ergibt sich bei Orientierungsumkehrenden Möbiustransformationen?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben seien in einer euklidischen Ebene ein Kreis k und eine Gerade g , die sich berühren. Ein weiterer Kreis k_0 berühre k und g . In welchen Fällen kann man für jedes $i \in \mathbb{N}$ einen Kreis k_i (mit $k_i \neq k_{i-2}$ für $i \geq 1$) konstruieren, der k , g und k_{i-1} berührt?

Hinweis: Finde jeweils eine Inversion am Kreis, die k_{i-1} und g festhält und nutze diese aus.

Aufgabe zum Nachdenken 3 (keine Abgabe)

Wie sehen Abstandslinien in der hyperbolischen Geometrie aus?

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)

Wie können die Fixpunkte von Möbiustransformationen aussehen? Welche Unterscheidungsmöglichkeiten für Möbiustransformationen ergeben sich dadurch?

Aufgabe zum Nachdenken 5 Großer Satz von Feuerbach revisited (keine Abgabe)

Löse die Aufgabe zum Nachdenken 5 von Übungsblatt 3 noch einmal, aber nimm dieses Mal die Inversion am Kreis zu Hilfe.

Aufgabe zum Nachdenken 6 Apollonius-Problem (keine Abgabe)

Gegeben seien drei Kreise, die keine gemeinsamen Punkte haben. Finde alle gemeinsamen Berührungskreise zu diesen Kreisen und gib eine Konstruktionsbeschreibung an. Was passiert, wenn man die Spezialfälle Kreise mit Radius 0 (Punkte) oder Radius ∞ (Geraden) zulässt?

Abgabe bis Mittwoch, 11. Juli 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.