Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

25. April 2012

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen   Dipl.-Math. oec. Anja Randecker

Elementargeometrie – Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben seien vier verschiedene Punkte A, B, C, D auf einer Geraden. Wir definieren das Doppelverhältnis dieser Punkte als

$$\mathrm{DV}(A, B, C, D) := \frac{\mathrm{TV}(A, B, C)}{\mathrm{TV}(A, B, D)}.$$

Ändert man nun die Reihenfolge der Punkte A, B, C, D, so ändert sich im Allgemeinen der Wert. Welche Werte ergeben sich bei den 24 möglichen Permutationen? Drücke jeden dieser Werte durch $\lambda := \mathrm{DV}(A, B, C, D)$ aus.

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Gegeben sei ein Dreieck ABC. Die Berührpunkte des Inkreises mit den Seiten des Dreiecks heißen A', B', C'. Zeige, dass sich die Ecktransversalen AA', BB' und CC' in einem Punkt schneiden.

Aufgabe 3 (2 Punkte)
Gegeben seien drei nicht kollineare Punkte A, B, C und Ecktransversalen g_1 bzw. g_2 durch A bzw. B, so dass sich g_1 und g_2 in einem Punkt S schneiden und CS parallel zu AB ist. Bezeichne mit E den Schnittpunkt von g_1 und BC und mit F den Schnittpunkt von g_2 und AC. Zeige, dass dann $\mathrm{TV}(B, C, E) \cdot \mathrm{TV}(C, A, F) = -1$ gilt.

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)
In der Vorlesung wurde bewiesen, dass sich die Höhen eines spitzwinkligen Dreiecks in einem Punkt schneiden. Was muss man am Beweis ändern, um die Aussage für ein stumpfwinkliges Dreieck zu zeigen? Wie sieht eine Skizze zur Aussage des Satzes von Ceva in dieser Situation aus?

Aufgabe zum Nachdenken 5 *Satz von Pappus* (keine Abgabe)
Gegeben seien zwei Geraden a, b mit dem Schnittpunkt Z und $\{A_1, A_2, A_3\} \in a \setminus \{Z\}$, $\{B_1, B_2, B_3\} \in b \setminus \{Z\}$ sechs verschiedene Punkte. Zeige, dass immer eine der beiden Aussagen zutrifft:

a) Die Geraden A_1B_2 und B_1A_2 sind parallel oder die Geraden A_2B_3 und B_2A_3 sind parallel oder die Geraden A_3B_1 und B_3A_1 sind parallel.
b) Die Punkte $A_1B_2 \cap B_1A_2$, $A_2B_3 \cap B_2A_3$ und $A_3B_1 \cap B_3A_1$ sind kollinear.

Abgabe bis Mittwoch, 2. Mai 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.