Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

23. Mai 2012

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen   Dipl.-Math. oec. Anja Randecker

Elementargeometrie – Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben seien vier Punkte P, Q, R, S einer absoluten Ebene, von denen keine drei kollinear sind. Zeige:

a) Ist $P \in \text{In}\,\measuredangle RQS$, so liegen R und S in verschiedenen offenen Halbebenen mit der Randgeraden PQ.

b) Ist $R \in PSQ^+$, so gilt entweder $R \in \text{In}\measuredangle PSQ$ oder $Q \in \text{In}\measuredangle PSR$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Bestimme die Bewegungen von $(\mathbb{R}^2, d_{\text{SNCF}})$. Gibt es unendlich viele? Gilt das Bewegungsaxiom IV? Hierbei sei d_{SNCF} die Metrik auf $\mathbb{R}^2$ aus Aufgabe 3 b) von Übungsblatt 5.

Achtung: Die Geometrie zu $(\mathbb{R}^2, d_{\text{SNCF}})$ erfüllt zwar nicht die Inzidenzaxiome, aber Bewegungen können trotzdem wie in der Vorlesung definiert werden.

Aufgabe zum Nachdenken 3 (keine Abgabe)

Im Axiomensystem von Kolmogorov, das wir verwenden, lässt sich der Satz von Pasch aus dem Ebenenteilungsaxiom folgern.

a) Wo findet man die entsprechende Aussage in Euklids „Elementen"? Als Postulat, Proposition, Axiom, ...?

b) Hilbert führte in seinem Axiomensystem die Aussage als Axiom ein (Axiom von Pasch). Zeige, dass sich daraus unser Ebenenteilungsaxiom folgern lässt.

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)

Welche Arten von Bewegungen gibt es in der euklidischen Ebene?

Aufgabe zum Nachdenken 5 (keine Abgabe)

Wir betrachten die Inzidenzstruktur $(\mathbf{P}, \mathbf{G}, \in)$, mit

- einer Sphäre $\mathbf{P}$ in $\mathbb{R}^3$, d. h. $\mathbf{P} = \{P \in \mathbb{R}^3 : d(P, 0) = 1\}$ und
- der Menge $\mathbf{G}$ aller Großkreise auf $\mathbf{P}$.

Für $P, Q \in \mathbf{P}$ sei $d(P, Q)$ die Länge eines kürzesten Großkreisbogens von P nach Q, wobei die von der euklidischen Metrik im $\mathbb{R}^3$ induzierte Metrik verwendet wird.

Welche der Axiome für euklidische Ebenen sind erfüllt? Welche nicht? Wie könnte man einige der Axiome „retten"?

Abgabe bis Mittwoch, 30. Mai 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.