Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

30. Mai 2012

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen   Dipl.-Math. oec. Anja Randecker

Elementargeometrie – Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (3 Punkte)
Zeige, dass jede Bewegung einer absoluten Ebene das Produkt von höchstens drei Geradenspiegelungen ist.

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Beweise Prop. 2.45 der Vorlesung für die absolute Ebene: Gegeben sei der Winkel $\measuredangle PSQ$, der kein gestreckter Winkel ist. Dann gilt:

a) Ist $d(S,P) = d(S,Q)$ und $R \in \overline{PQ}$, so ist SR^+ genau dann Winkelhalbierende von $\measuredangle PSQ$, wenn R Mittelpunkt von $\overline{PQ}$ ist.
b) Der Winkel $\measuredangle PSQ$ besitzt genau eine Winkelhalbierende.

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Zeige, dass die Inzidenzstruktur $(\mathbf{P}, \mathbf{G}, \in)$ der hyperbolischen Ebene mit

- der Punktmenge $\mathbf{P} := \mathbb{H} := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | y > 0\}$ und
- der Geradenmenge $\mathbf{G} := \mathbf{G_1} \cup \mathbf{G_2}$ mit $\mathbf{G_1} := \{k_{x,r} \cap \mathbb{H} \,|\, x \in \mathbb{R}, r \in \mathbb{R}_{>0}\}$, wobei $k_{x,r}$ der euklidische Kreis um $(x,0)$ mit Radius r ist, und $\mathbf{G_2} := \{h_x \,|\, x \in \mathbb{R}\}$, wobei $h_x := \{(x,t) \,|\, t \in \mathbb{R}_{>0}\}$ die offene euklidische Halbgerade durch $(x,0)$ in $\mathbb{H}$ ist.

die Inzidenzaxiome (I) erfüllt.

Hinweis: Du darfst Aufgabe 6 hierfür verwenden.

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)
Beweise Satz 22 der Vorlesung (Kongruenzsatz **wsw**) für die absolute Ebene: Gelten für die Dreiecke ΔABC und $\Delta A'B'C'$ die Beziehungen $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$, $\measuredangle BAC \cong \measuredangle B'A'C'$ und $\measuredangle ABC \cong \measuredangle A'B'C'$, dann ist ΔABC kongruent zu $\Delta A'B'C'$.

Aufgabe zum Nachdenken 5 (keine Abgabe)
Beweise Prop. 2.46 der Vorlesung für die absolute Ebene:

a) Die beiden Nebenwinkel eines Winkels sind kongruent.
b) Nebenwinkel kongruenter Winkel sind kongruent.
c) Jeder Winkel ist zu seinem Scheitelwinkel kongruent.

Bitte wenden!

Aufgabe zum Nachdenken 6 (keine Abgabe)
Zeige, dass die Inzidenzstruktur $(\mathbf{P}, \mathbf{G}, \in)$ mit

- der Punktmenge $\mathbf{P} := \mathbb{R}^2$ und
- der Geradenmenge $\mathbf{G} := \{ \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : ax + by + c = 0\} \mid a, b, c \in \mathbb{R},\ a, b \text{ nicht beide } 0 \}$

zusammen mit der Abstandsfunktion $d((a_1, a_2), (b_1, b_2)) := \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2}$ das Parallelenaxiom erfüllt.

Abgabe bis Mittwoch, 06. Juni 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.