Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

02. Februar 2015

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen

Dipl.-Math. oec. Anja Randecker

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 13

Stichworte: Zylinderzerlegungen, Veechgruppe, Lifts von Abbildungen, Quasi-Isometrien

Aufgabe 1 *Zylinderzerlegungen und parabolische Elemente* (4 Punkte)
Sei (X, μ) eine endliche singuläre Translationsfläche von Geschlecht $g \geq 2$.

a) Zeige die folgende Aussage: Enthält die Veechgruppe von (X, μ) ein Element $\begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ für ein $\lambda \neq 0$, dann besitzt (X, μ) eine horizontale Zylinderzerlegung.
Hinweis: Finde im Beweis von Satz 5 die Aussage, dass alle Geodätischen in die Eigenrichtung eines parabolischen Elements entweder geschlossen sind oder Sattelverbindungen, und verwende diese.

b) Was kann man in a) über das Verhältnis von Umfang zu Höhe für die maximalen Zylinder der Zylinderzerlegung aussagen?

c) Gib ein Gegenbeispiel für die Rückrichtung in a) an.

Aufgabe 2 *Rigidität von Diffeomorphismen* (4 Punkte)
Seien M_1, M_2 geschlossene hyperbolische 3-Mannigfaltigkeiten und $f\colon M_1 \to M_2$ ein Diffeomorphismus. Außerdem sei $\widetilde{f}\colon \mathbb{U}^3 \to \mathbb{U}^3$ ein Lift von f auf die universellen Überlagerungen.

Zeige, dass $\widetilde{f}$ eine (strenge) Quasi-Isometrie ist.

Abgabe bis Montag, 09. Februar 2015, vor Beginn der Übung. Gruppenabgabe ist erlaubt.