Karlsruher Institut für Technologie (KIT) 11.11.2010
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. F. Herrlich
Diego De Filippi

Geometrische Gruppentheorie – Übungsblatt 4

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien (X_1, d_1), (X_2, d_2) und (X_3, d_3) metrische Räume.

a) Sind $f : X_1 \to X_2$ und $g : X_2 \to X_3$ Quasi-Isometrien, dann ist $g \circ f$ auch eine Quasi-Isometrie.

b) Wenn $f : X_1 \to X_2$ und $h : X_2 \to X_1$ quasi-isometrische Einbettungen sind, dann sind sind beide auch quasi-surjektiv.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien $n, m \in \mathbb{N}, n \neq m$. Welche der folgenden jeweils mit der euklidischen Metrik versehenen metrischen Räume sind quasi-isometrisch zu einander?

$$\mathbb{Z}^n, \qquad \mathbb{Z}^m, \qquad \mathbb{R}^n, \qquad \mathbb{R}^m$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeige, dass ein endlicher Baum keinen inversionsfreien und fixpunktfreien Automorphismus haben kann.
Welche endlichen Bäume haben einen fixpunktfreien Automorphismus?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei F eine endlich erzeugte freie Gruppe vom Rang r_f und $U \leq F$ eine Untergruppe von endlichem Index n. Dann gilt für den Rang r_u von U folgende Formel:

$$r_u - 1 = n(r_f - 1)$$

Abgabe: bis Donnerstag, 18.11.2010 um 13:00 Uhr im gelben Einwurfkasten im ersten Stock des Allianzgebäudes bei den Seminarräumen.