Karlsruher Institut für Technologie (KIT) 17.06.2011
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. F. Herrlich
Diego De Filippi

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 10

Aufgabe 1

Gegeben sei die dreifach punktierte Sphäre $S_{0,3}$.

a) Seien p und q zwei der markierten Punkte in $S_{0,3}$ und α und β zwei Bögen von p nach q. Zeige, dass α und β zueinander isotop sind.

b) Zeige, dass $P\operatorname{Mod}(S_{0,3}) \cong \{1\}$.

c) Berechne mit Hilfe der Birman-Sequenz $P\operatorname{Mod}(S_{0,4})$.

Aufgabe 2

Gegeben sei eine kompakte Fläche S_g und $a_1, \ldots, a_g, m_1, \ldots, m_g, c_1, \ldots, c_{g-1}$ seien die Kurven, wie sie in der Vorlesung definiert wurden (Satz von Lickorisch). Wie in der Vorlesung definiert seien außerdem:

- $S_{m_1} := S_g \setminus \{m_1\} \simeq S_{g-1,2}$,
- m_+ und m_- seien die Punktierungen von S_{m_1}, die von m_1 herkommen,
- $S' := S_{m_1} \cup \{m_-\} \simeq S_{g-1,1}$ und $S'' := S_{m_1} \cup \{m_-, m_+\} \simeq S_{g-1}$,
- $\Psi_2 : \pi_1(S'', m_+) \to \operatorname{Mod}(S')$ sei die Push-Abbildung aus der Birman-Sequenz,
- $\alpha_1, \beta_1, \ldots, \alpha_{g-1}, \beta_{g-1}$ sei ein Erzeugendensystem von $\pi_1(S'', m_+)$, wie es in der Vorlesung definiert wurde.

Zeige: $\operatorname{Bild}(\Psi_2) \leq \langle T_{a_2}, \ldots, T_{a_g}, T_{m_1}, \ldots, T_{m_g}, T_{c_1}, \ldots, T_{c_{g-1}} \rangle$.

Aufgabe 3

Auf einer Fläche seien a und b zwei verschiedene Homotopieklassen von einfach geschlossenen Kurven, so dass $T_aT_bT_a = T_bT_aT_b$. Zeige, dass $i(a, b) = 1$.

Die Aufgaben werden in der Übung am Mittwoch, 22.06.2011, besprochen.