

## Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 4

### Aufgabe 1

Sei  $G$  eine endlich erzeugte Gruppe und  $H \leq G$  eine Untergruppe von endlichem Index.

a) Zeige, dass auch  $H$  endlich erzeugt ist.

*Hinweis:* Ein Blick auf A4, Blatt 4, GGT I könnte helfen.

b) Wenn  $H$  frei ist, dann ist  $G$  hyperbolisch.

*Bemerkung:* Es reicht zu fordern, dass  $H$  hyperbolisch ist. (Wieso ?)

### Aufgabe 2

Zeige, dass  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$  eine hyperbolische Gruppe ist.

### Aufgabe 3

Sei  $X$  eine kompakte, orientierte Fläche ohne Rand (= geschlossene Fläche) vom Geschlecht  $g \geq 2$ . Zeige, dass die Fundamentalgruppe  $\pi_1(X)$  hyperbolisch ist.

*Hinweis:* Vielleicht wissen Milnor und Schwarz etwas.