

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 7

Aufgabe 1

Seien a und b einfach geschlossene Kurven auf einer Fläche S mit $i(a, b) = 1$.
Zeige: Für die Dehn-Twists T_a und T_b gilt die Zopf-Relation

$$T_a T_b T_a = T_b T_a T_b.$$

Aufgabe 2

Sei α eine nicht null-homotope Kurve auf einer Fläche S und sei a die freie Homotopieklasse von α .
Zeige, dass $T_a \in \text{Mod}(S)$ unendliche Ordnung hat.

Aufgabe 3

Auf einer Fläche S seien zwei einfach geschlossene Kurven α und β gegeben, die nichtleeren Schnitt haben. Außerdem seien $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{\beta}$ Lifts von α und β in der universellen Überlagerung von S .
Zeige: Wenn α und β kein Zweieck in S bilden, dann schneiden sich $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{\beta}$ in der universellen Überlagerung höchstens einmal.