Karlsruher Institut für Technologie (KIT) 13.04.2011
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. F. Herrlich
Diego De Filippi

Geometrische Gruppentheorie II – Übungsblatt 0

Definition und Bemerkung (δ-dünne Dreiecke).
Sei (X, d) ein geodätischer metrischer Raum und $\Delta(x, y, z) \subseteq X$ ein geodätisches Dreieck.

a) $\Delta(x, y, z)$ lässt sich isometrisch auf ein 3-Bein T mit den Beinlängen l_1, l_2, l_3 abbilden. Die entsprechende Isometrie sei $f : \Delta(x, y, z) \to T$. Die Längen l_1, l_2, l_3 sind eindutig bestimmt.

b) Der (eindeutig bestimmte) Punkt, der unter f drei Urbilder hat, sei c und die Urbilder seien $x_c \in [y, z]$, $y_c \in [x, z]$ und $z_c \in [x, y]$.

c) $\Delta(x, y, z)$ heißt δ-dünn (für ein $\delta > 0$), wenn

$$\forall\ u, v \in \Delta(x, y, z) \text{ mit } f(u) = f(v) : d(u, v) < \delta$$

d) (X, d) heißt die δ-dünn-hyperbolisch, wenn es ein $\delta > 0$ gibt, so dass alle Dreiecke in (X, d) δ-dünn sind.

Erinnerung. *Sei (X, d) ein geodätischer metrischer Raum, $\Delta(x, y, z) \subseteq X$ ein geodätisches Dreieck und $\delta > 0$.*

a) $\Delta(x, y, z)$ heißt δ-schlank, wenn jede Seite in der Vereinigung der δ-Umgebungen der beiden anderen liegt.

b) (X, d) heißt δ-schlank-hyperbolisch, wenn es ein $\delta > 0$ gibt, so dass alle Dreiecke in (X, d) δ-schlank sind.
Achtung: Im letzten Semester hieß δ-schlank-hyperbolisch einfach nur δ-hyperbolisch. Die neue Bezeichnung wurde zur besseren Unterscheidbarkeit eingeführt.

Aufgabe

Sei (X, d) ein geodätischer metrischer Raum, der δ-schlank-hyperbolisch ist. Zeige, dass (X, d) δ-dünn-hyperbolisch ist.