Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra and Geometrie
PD Dr. Stefan Kühnlein
M. Sc. Moritz Gruber

Lineare Algebra II

für die Fachrichtung Informatik

Sommer-Semester 2015

Übungsblatt 5 **22.05.2015**

Aufgabe 1 *(Iwasawa-Zerlegung)*

Bestimmen Sie die Iwasawa-Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in Gl_4(\mathbb{R})$$

Aufgabe 2 *(Hurwitz-Kriterium, symmetrische Matrizen)*

a) Für welche $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ ist $F : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$F(x, y) := \alpha x_1 y_1 - \beta x_1 y_2 + \beta x_2 y_1 + x_1 y_3 + x_3 y_1 + x_2 y_2 + x_2 y_3 + x_3 y_2 + \gamma x_3 y_3$$

für $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ und $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$, ein Skalarprodukt im $\mathbb{R}^3$?

b) Es sei $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische Matrix. Zeigen Sie, dass Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten von S orthogonal bezüglich des Standardskalarprodukts sind.

c) Zeigen Sie, dass jede symmetrische reelle 2×2-Matrix diagonalisierbar ist.

Abgabe bis 13 Uhr am Freitag, den 29.05., in die gelben Kästen. Diese befinden sich im Foyer des Kollegiengebäude Mathematik 20.30. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter bitte zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und dem Namen Ihres Tutors.