

Lineare Algebra II
für die Fachrichtung Informatik

Sommer-Semester 2015

Übungsblatt 7

05.06.2015

Aufgabe 1 (*Winkeltreue*)

Es seien V, W euklidische Vektorräume und $\Phi : V \rightarrow W$ eine lineare Isometrie.

a) Zeigen Sie, dass Φ winkeltreu ist, das heißt:

$$\forall v, w \in V \setminus \text{Kern } \Phi : \angle(v, w) = \angle(\Phi(v), \Phi(w))$$

b) Es sei $f \neq 0$ ein winkeltreuer Endomorphismus von V . Zeigen Sie:

i) f ist injektiv.

ii) Es gibt eine Konstante $\lambda \in \mathbb{R}$, sodass $\Psi := \lambda \cdot f$ eine Isometrie von V ist.

Aufgabe 2 (*Orthogonalität und Isometrien*)

Es sei V ein endlich-dimensionaler euklidischer Vektorraum.

Weiter sei $\pi_U : V \rightarrow V$ die Orthogonalprojektion auf einen Untervektorraum $U \subset V$.

a) Zeigen Sie, dass $\sigma_U := \text{id}_V - 2\pi_U$ eine Isometrie von V ist.

b) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von σ_U .

c) Gegeben seien $x, y \in V$ mit $\|x\| = \|y\|$.

Finden Sie einen Untervektorraum U , so dass gilt: $\sigma_U(x) = y$ und $\sigma_U(y) = x$.

Abgabe bis 13 Uhr am Freitag, den 12.06., in die gelben Kästen. Diese befinden sich im Foyer des Kollegiengebäude Mathematik 20.30. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter bitte zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und dem Namen Ihres Tutors.