Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra and Geometrie
PD Dr. Stefan Kühnlein
M. Sc. Moritz Gruber

Lineare Algebra II — Sommer-Semester 2015

für die Fachrichtung Informatik

Übungsblatt 8 — **12.06.2015**

Aufgabe 1 *(Polynome)*

a) Es seien $p = X^5 + 2X^3 - 3X^2 + 4$ und $q = X^2 + 1$ Polynome aus $\mathbb{R}[X]$. Zeigen Sie, dass p und q teilerfremd sind.

Hinweis: Bestimmen Sie $r, s \in \mathbb{R}[X]$ mit $rp + sq = 1$.

b) Zeigen Sie, dass ein Polynom $p \in \mathbb{R}[X]$ von Grad 2 genau dann irreduzibel ist, wenn es keine relle Nullstelle besitzt.

c) Zerlegen Sie $p = \frac{3}{2}X^4 + \frac{3}{2}X^3 - 3X$ in irreduzible Faktoren.

Aufgabe 2 *(...denn sie wissen nicht, was sie tun)*

Gegeben sei die Matrix

$$A = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 3 & 1 & 9 & -3 \\ 9 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & -3 & 3 & 9 \\ -3 & 9 & 1 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

a) Zeigen Sie, dass A eine orthogonale Matrix ist.

b) Berechnen Sie das charakteristische Polynom CP von A.

c) Finden Sie einen quadratischen Faktor f in CP und bestimmen Sie den Kern von $f(A)$ sowie sein orthogonales Komplement in $\mathbb{R}^4$.

d) Geben Sie die Abbildungsmatrix der Multiplikation mit A bezüglich einer Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^4$ an, die eine Orthonormalbasis von $\text{kern}(f(A))$ enthält.

Abgabe bis 13 Uhr am Freitag, den 19.06., in die gelben Kästen. Diese befinden sich im Foyer des Kollegiengebäude Mathematik 20.30. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter bitte zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem Namen, Ihrer Matrikelnummer und dem Namen Ihres Tutors.