

Seminar im Wintersemester 2014/15

Liegruppen und Liealgebren

Versieht man die Menge $M_n(K) = K^{n \times n}$ der $n \times n$ -Matrizen über einem Körper K mit der Verknüpfung $[X, Y] = XY - YX$, so ist dieses neue Produkt auf $M_n(K)$ bilinear und alternierend, aber nicht assoziativ. Statt des Assoziativgesetzes gilt die so genannte *Jacobi-Identität*

$$[X, [Y, Z]] + [Y, [Z, X]] + [Z, [X, Y]] = 0$$

$M_n(K)$ mit dieser „Lie-Klammer“ $[\ , \]$ als Multiplikation ist der Prototyp einer Liealgebra.

In diesem Seminar werden wir einigermaßen systematisch Eigenschaften von (endlichdimensionalen) Liealgebren kennen lernen. Hauptziel ist dabei die Klassifikation der einfachen komplexen Liealgebren. Hierfür spielen Wurzelsysteme bzw. Dynkin-diagramme die entscheidende Rolle. Die dabei verwendeten mathematischen Hilfsmittel kommen zu einem guten Teil aus der Linearen Algebra, z. B. Jordansche Normalform und Hauptraumzerlegung.

Liealgebren treten in natürlicher Weise beim Studium von Liegruppen auf, also von Gruppen, die gleichzeitig differenzierbare Mannigfaltigkeiten sind: Der Tangentialraum an diese Mannigfaltigkeit im neutralen Element 1 der Gruppe wird durch die *Exponentialabbildung* homöomorph auf eine Umgebung von 1 abgebildet. Aus der Gruppenverknüpfung wird dabei die Lie-Klammer auf dem Tangentialraum. In den abschließenden Vorträgen des Seminars wollen wir (ansatzweise) verstehen, dass sich durch diese Konstruktion Liealgebren und einfach zusammenhängende Liegruppen bijektiv entsprechen.

Literatur.

R. Carter, G. Segal and I. McDonald, *Lectures on Lie Groups and Lie Algebras*. London Math. Soc. Student Texts 32, 1995.

J. Humphreys, *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*. Springer, Graduate Texts in Mathematics 9, 1972.

J. Hilgert, K.-H. Neeb, *Lie-Gruppen und Lie-Algebren*. vieweg 1991.

Vorkenntnisse. Die Vorlesung „Einführung in Algebra und Zahlentheorie“ wird vorausgesetzt. Für die Vorträge über Liegruppen ist es hilfreich, auch die „Einführung in Geometrie und Topologie“ gehört zu haben.

Vorbesprechung: Freitag, 18. 7. 2014, 13:15 Uhr im Seminarraum 1C-04 im Allianzgebäude.

Interessenten werden gebeten, sich in die Anmeldeliste im Sekretariat bei Frau Hoffmann einzutragen (Zimmer 4A-21.1).