Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dr. Fabian Januszewski 05.05.2015

Modulformen - Übungsblatt 2

Aufgabe 1

Es sei K ein Körper und

$$f = X^3 + aX + b \in K[X].$$

Zeigen Sie, daß f genau dann separabel ist, wenn die *Diskriminante*

$$\Delta := 4a^3 - 27b^2$$

nicht verschwindet.

Aufgabe 2

Es sei L ein Gitter in $\mathbb{C}$ und es bezeichne $\wp_L$ die Weierstraß'sche $\wp$-Funktion zu L. Desweiteren bezeichne $e_1, e_2, e_3 \in \mathbb{C}$ ein Repräsentantensystem der drei Nullstellen von $\wp_L'$ im Sinne der Aufgabe 2 des letzten Übungsblattes. Zeigen Sie:

$$\forall z \in \mathbb{C}: \quad \wp_L'(z)^2 = 4(\wp_L(z) - \wp_L(e_1))(\wp_L(z) - \wp_L(e_2))(\wp_L(z) - \wp_L(e_3))$$

Hinweis: Eine ganze elliptische Funktion ist stets konstant. Nutzen Sie weiterhin die Laurentreihendarstellung von $\wp_L$ und $\wp_L'$ in 0.

Aufgabe 3

In der Vorlesung wurde mit Hilfe der $k/12$-Formel gezeigt, daß die „einzige“ Modulform $\Delta : \mathbb{H} \to \mathbb{C}$ vom Gewicht 12 nicht verschwindet. Leiten Sie mittels der beiden vorangehenden Aufgaben einen weiteren Beweis dieser Tatsache ab.

Abgabe bis spätestens Freitag, den 8. Mai 2015, um 11:30 Uhr zu Beginn der Übung.