Karlsruher Institut für Technologie (KIT) 12.06.2015
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dr. Fabian Januszewski

Modulformen - Übungsblatt 7

Aufgabe 1
Es seien $\mathscr{R}$ und $\mathscr{R}'$ zusammenhängende Riemannsche Flächen und $f : \mathscr{R} \to \mathscr{R}'$ sei eine nicht konstante analytische Abbildung. Weiterhin sei $\mathscr{R}$ kompakt. Wir definieren die Gruppe

$$\Gamma := \{\sigma \in \mathrm{Aut}(\mathscr{R}) \mid f \circ \sigma = f\}.$$

Falls es ein $Q \in \mathscr{R}'$ gibt mit $n := \#\Gamma$ verschiedenen Urbildern unter f, an welchen f jeweils unverzweigt ist, so nennen wir f *normal* von *Grad* n.
Zeigen Sie:

(a) f ist surjektiv und $\mathscr{R}'$ ist kompakt.

(b) Die Gruppe Γ ist endlich.

(c) Ist f normal, so ist ein $P \in \mathscr{R}$ ist genau dann ein Verzweigungspunkt von f, wenn

$$\Gamma_P := \{\sigma \in \Gamma \mid \sigma(P) = P\} \neq 1.$$

Aufgabe 2
Bestimmen Sie für $N \in \mathbb{N}$ die Ordnung der Gruppen $\mathrm{GL}_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$ und $\mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})$.

Aufgabe 3
Für jedes $N \in \mathbb{N}$ haben wir eine kurze exakte Sequenz

$$1 \longrightarrow \Gamma(N) \longrightarrow \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}) \longrightarrow \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z}/N\mathbb{Z}) \longrightarrow 1.$$

Für welche N ist $\Gamma(N)$ torsionsfrei?

Abgabe stets gern gesehen.