

Proseminar im Wintersemester 2007/08

Nette Gruppen von Matrizen

Die Gruppe $GL_n(K)$ der invertierbaren Matrizen über einem Körper K spielt in der Linearen Algebra eine wichtige Rolle: ihre Elemente beschreiben Basiswechsel, man braucht sie bei der Bestimmung von Normalformen, man interessiert sich für ihre Determinanten, ... Auch einige Untergruppen von $GL_n(K)$ werden betrachtet, so z.B. im Zusammenhang mit Isometrien die orthogonale oder die unitäre Gruppe.

In diesem Proseminar wollen wir uns mit Untergruppen von $GL_n(K)$ beschäftigen, die in geometrischer, arithmetischer oder algebraischer Hinsicht nette Eigenschaften haben.

Als Beispiele für geometrisch (und auch algebraisch) interessante Gruppen werden wir die endlichen Untergruppen von $SO(3)$ bestimmen, vor allem wegen ihrer Beziehung zu den Platonischen Körpern.

Algebraisch bemerkenswert sind z.B. Gruppen, die keine echten Normalteiler haben; man nennt solche Gruppen *einfach*. Die Faktorgruppe $PSL_n(K)$ von $SL_n(K)$ nach ihrem Zentrum hat diese Eigenschaft. Zumindest für $n = 2$ werden wir das im Proseminar beweisen.

Aus arithmetischer Sicht interessiert man sich z.B. für Matrizen, deren Einträge ganze Zahlen sind und die evtl. noch gewisse Kongruenzbedingungen erfüllen. Wir werden die Hauptkongruenzuntergruppen und einige ihrer Eigenschaften kennen lernen und sehen, dass es in $SL_2(\mathbb{Z})$ Untergruppen gibt, die nicht durch Kongruenzbedingungen beschrieben werden können, während es für $n \geq 3$ so etwas nicht geben kann.

Vorkenntnisse: Was in den Vorlesungen Lineare Algebra I und II über Gruppen im Allgemeinen und besonders über Gruppen von Matrizen behandelt wurde, wird als bekannt vorausgesetzt. Alles Weitere wird im Proseminar erarbeitet.

Literatur: Die Textgrundlagen für die Vorträge kommen aus verschiedenen Quellen, die in der Vorbesprechung bekannt gegeben werden.

Vorbesprechung mit Themenvergabe:

Dienstag, 10. Juli 2007, 13:15 Uhr, im Seminarraum S 33.

Anmeldung: Wer Interesse hat, an diesem Proseminar teilzunehmen, wird gebeten, sich in die im Sekretariat bei Frau Hoffmann (Zi. 308) ausliegende Liste einzutragen.