

Seminar im Sommersemester 2020

Klassische Gruppen

Wer kennt sie nicht, die allgemeine lineare Gruppe, die Gruppe der invertierbaren linearen Abbildungen auf einem Vektorraum V , die $GL(V)$ – oder, wie Hermann Weyl sie nannte: *Her All-embracing Majesty*.

Wir wollen uns in diesem Seminar den klassischen Gruppen widmen, also Unter- bzw. Quotientengruppen der $GL(V)$. Beispiele dafür sind orthogonale, symplektische und unitäre Gruppen, die alle als Isometrien gewisser Bilinearformen auftreten und als solche von geometrischem Interesse sind. Dabei sollen die zugehörigen Körper möglichst allgemein gehalten werden und insbesondere auch endliche Körper Betrachtung finden.

Im zweiten Teil des Seminars lernen wir die klassischen Gruppen als Beispiele für lineare algebraische Gruppen kennen. Ausgangspunkt ist die Beobachtung, dass klassische Gruppen aus Matrizen bestehen, deren Einträge gewisse polynomiale Bedingungen erfüllen (z. B. Determinante $\neq 0$, Spalten orthogonal, ...). Damit sind klassische Gruppen affine algebraische Varietäten.

Wir lernen, wie sich die Gruppeneigenschaften in der Sprache der Varietäten ausdrücken lassen, und studieren dann einige allgemeine Eigenschaften solcher affiner algebraischer Gruppen. Als wichtigstes Hilfsmittel dabei werden wir die Lie-Algebra einer algebraischen Gruppe kennenlernen. Über Gruppenaktionen und homogene Räume kommen wir dann wieder zurück zur Geometrie.

Vorkenntnisse: Für den ersten Teil genügen Kenntnisse aus den Vorlesungen Elementare Geometrie und EAZ. Für den zweiten Teil sind Teile der Algebra-Vorlesung und der parallele Besuch der Algebraischen Geometrie wünschenswert.

Literatur:

- Larry C. Grove. *Classical Groups an Geometric Algebra*. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics vol. 39, 2002.
- James E. Humphreys: *Linear Algebraic Groups*. Springer Graduate Texts in Mathematics vol. 21, 1975.

Vorbesprechung: Die Vorbesprechung findet statt am

Freitag, den 7. Februar um 13:15 Uhr im SR 2.66.