

## Seminar Algebraische Geometrie im Sommersemester 2009

### Definitionskörper von Kurven und der Satz von Belyi

Im Jahr 1979 zeigte der russische Mathematiker G. V. Belyi den folgenden erstaunlichen Satz: Eine nichtsinguläre projektive Kurve  $K$  über  $\mathbb{C}$  (oder äquivalent eine kompakte Riemannsche Fläche) lässt sich genau dann bereits über einer endlichen Erweiterung von  $\mathbb{Q}$  definieren, wenn es eine reguläre (oder holomorphe) Abbildung  $K \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$  gibt, die über höchstens drei Punkten verzweigt ist. Eines unserer Hauptziele wird der Beweis dieses Satzes sein – und obwohl dieser aus einer „trivialen“ und einer „offensichtlichen“ Richtung besteht, wird auf dem Weg dahin einiges an Vorarbeit nötig sein. So werden wir unter anderem die aus Algebra I bekannte Galois-Theorie auf unendliche algebraische Körpererweiterungen ausdehnen (und dabei  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q})$ , einem der mysteriösesten Objekte der Mathematik begegnen), die elegante Sprache der Schemata und Strukturmorphismen zu schätzen lernen, uns ein Wörterbuch zur Übersetzung zwischen der Theorie der Riemannschen Flächen und der algebraischen Kurven anlegen und lernen, was es mit den Begriffen „Definitionskörper“ und „Modulkörper“ einer Kurve auf sich hat. Nach dem Beweis des Satzes erschließen sich uns dann eine Reihe schöner Anwendungen. So werden wir uns zum Beispiel mit *dessins d'enfants*, zu Deutsch Kinderzeichnungen, befassen. Dieses Lieblingsspielzeug von Grothendieck wirft ein kombinatorisches Licht auf die bisher erarbeitete Theorie, macht viele Überlegungen leichter und stößt ein Tor in die Welt der Zahlentheorie auf.

**Literatur:** (u.a.) B. Köck *Belyi's Theorem Revisited*  
J. Wolfart *Kinderzeichnungen und Uniformisierungstheorie*  
S. Bosch *Algebra I*

**Voraussetzungen:** Algebraische Geometrie I ist wünschenswert.  
Wir empfehlen den Teilnehmern den parallelen Besuch der Algebraischen Geometrie II.

Eine **Vorbesprechung** mit Vorstellung und Vergabe der Themen findet statt am

**Montag, 9. Februar 2009, 13:15 Uhr, im Seminarraum 1C03 im  
Allianzgebäude**

Zur Erleichterung der Planung bitten wir Interessierte, sich in die **Anmeldeliste** im Sekretariat bei Frau Hoffmann (im Allianzgebäude 4. Stock, Zimmer 4A21.1) einzutragen.  
*herrlich@math.uni-karlsruhe.de* *nisbach@afk.uni-karlsruhe.de*