

Seminar im Sommersemester 2012

Kategorien

Mit ihrer Entstehung nach dem Zweiten Weltkrieg ist die Kategorientheorie ein vergleichsweise junges Teilgebiet der Mathematik. Erfunden als Hilfsmittel in der algebraischen Topologie, kam sie schnell auch in der algebraischen Geometrie zum Einsatz und wurde dabei erheblich ausgebaut.

Im Gegensatz zur üblichen Art Mathematik zu betreiben werden Objekte in der Kategorientheorie nicht als Menge mit einer inneren Struktur konstruiert, sondern “von außen” untersucht – d.h. anhand ihrer Morphismen zu allen anderen Objekten der selben Kategorie. Dies findet im Yoneda-Lemma Ausdruck, das unter anderem besagt, dass diese Sichtweise bis auf Isomorphie funktioniert.

Beim Erarbeiten der Grundlagen werden wir uns unter anderem mit universellen Abbildungseigenschaften beschäftigen, die überall in der Mathematik auftauchen, jedoch nur äußerst selten beim Namen genannt oder gar definiert werden. Dass kategorientheoretische Konstruktionen überall auftreten, ist kein Zufall: Es gab Bestrebungen – und die gibt es auch heute noch – die Mengenlehre als Grundlage der Mathematik durch Kategorientheorie zu ersetzen. Dieses Thema werden wir allerdings nur streifen und nicht weiter vertiefen. Stattdessen wird das Seminar auf die Geometrie der sogenannten Topoi zusteuern, was man sich als sehr weit gefassten Begriff eines Raumes vorstellen darf.

Voraussetzungen: Bis auf Grundbegriffe der Algebra und Topologie werden kaum direkte Inhalte anderer Vorlesungen benötigt. Allerdings wird Erfahrung im Umgang mit algebraischen Strukturen vorausgesetzt. Kenntnisse in algebraischer Geometrie sind hilfreich, aber sicher nicht zwingend nötig.

Vorbesprechung: Freitag, 10. 2. 2012, 13:15 Uhr, Raum 1C-01.