**1. Kategorien** (*Alexander Mai*)
Hier werden die Grundbegriffe definiert und ein paar interessante Beispiele behandelt.
*Defintionen:* Kategorie, Funktor, natürliche Transformation
*Beispiele:* Ordnungskategorien, Monotone Abbildungen, Hom-Funktoren, Funktorkategorien, Kateogrie der Mengen, Gruppen, Ringe (kommutativ mit eins am besten)
*Nettes Beispiel:* Kategorie der gerichteten Graphen als Funktorkategorie
*Literatur:* 1-16,29 in [2]. Wobei einige Beispiele wegelassen werden sollten.

**2. Limiten und UAEs** (*Stefan Walzer*)
Limes ist die Verallgemeinerung von durch UAEs definierte Dinge wie z.B. Kern, Bild, Faktorraum, Produkt, Supremum oder Vereinigung.
*Definitionen:* Limes, Kolimes, (Ko-)vollständigkeit, UAE, links-/rechtsexakt
*Aussagen:* Hom-Funktoren sind linksexakt, aus der Existenz von Equalisern und Produkten folgt Vollständigkeit, Eindeutigkeit von Limiten bis auf Isomorphie, Existenz aller Limiten in Set
*Beispiele:* Faserprodukte, Kerne, Koequaliser der Funktoren zwischen Punkt und Pfeil ist die Kategorie der Natürliche Zahlen
*Literatur:* 89-108 in [2].

**3. Yoneda-Lemma und Adjunktionen** (*Manuel Krannich*)
Adjunktionen sind so etwas wie UAEs, die überall gelten.
*Definitionen:* Darstellbarkeit eines Funktors, Adjunktion
*Aussagen:* Adjunktionen sind UAEs, die überall gelten
*Beispiele:* Potenzmenge darstellbar durch 2, Vergissfunktor von Ringen ist darstellbar durch $\mathbb{Z}[X]$, $f$ und $f^{-1}$ sind adjungiert, UAE der freien Gruppe
*Literatur:* Etwa 185-192 und 207-221 in [2].

**4. Gruppenobjekte** (*Daniel Hoske*)
Hier wird die Definition einer Gruppe in Diagrammen ausgedrückt, um in beliebigen Kategorien mit Produkten sagen zu können, was eine Gruppe ist.
*Definitionen:* (Ko-)Gruppenobjekt, (Ko-)Ringobjekt
*Beispiele:* $\mathbb{Z}[X]$, $\mathbb{Z}$
*Literatur:* Etwa 75-83 in [2] und noch was anderes.

**5. Elementar-Topoi** (*Alexander Koch*)
Ein Elementar-Topos ist eine Kategorie, die einige kategorientheoretische Eigenschaften der Kategorie der Mengen erfüllt.
*Definitionen:* Unterobjekte, Exponentiale, Topos
*Beispiele:* Kategorien von Funktoren in die Mengen (oder einen beliebigen Topos), Mengen mit Gruppenoperationen
*Literatur:* Am besten das Einführen per Beispiel in [4] 34-36 abkupfern, Details stehen in Kapitel IV; Exponentiale und kartesisch abgeschlossen in [2] 118-128

**6. Die innere Logik eines Topos** (*Rebecca Schwerdt*)
Hier wollen wir unter anderem den Topos der Aussagen betrachten. Außerdem werden wir uns mit der inneren Logik eines beliebigen Topos beschäftigen und mehr über Elementar-Topoi lernen.
*Beispiel:* $\forall$ kommt nicht von einer Abbildung her, ist aber trotzdem eine Adjunktion
*Literatur:* Seite 48-61 in [4]

**7. Garben auf topologischen Räumen** (*Jakob von Raumer*)
Mittels des Begriffs der Garbe lässt sich ausdrücken, wann eine Eigenschaft lokal ist.
*Definitionen:* Prägarben, Garben, Halme, Garbe von Gruppen-/Ringen
*Aussagen:* Garben von Gruppen sind Gruppenobjekte, Vielleicht die Adjunktion zu etalen Räumen, Globale Schnitte und konstante Garben sind adjungiert
*Beispiele:* Stetige Funktionen, Garbe von Schnitten, Wolkenkratzergarbe
*Literatur:* [4] 64-91 (kann man viel weglassen)

**8. Grothendieck Topoi** (*Julian Bitterwolf*)
Ein Grothendieck-Topos ist eine Kategorie von Garben auf einem Situs. Ein Situs ist eine Kategorie, die eine Grothendieck-Topologie trägt. Dabei ist es leicht übertrieben, von einer Topologie zu sprechen – eigentlich wird nur gerade soviel gefordert, dass sich definieren lässt, was eine Garbe ist.
*Definition:* Unterfunktor, Sieve, Garbe
*Aussagen:* Anhand Topologischer Räume zeigen, dass die neuen Garben lokal dem alten Garbenbegriff genügen. Erwähnen, dass Kovollständige Elementartopoi mit Erzeugermenge bereits Grothendieck-topoi sind.
*Beispiele:* Zariski-Situs
*Literatur:* [4] 106-130

**9. Geometrische Morphismen** (*Alexander Neukam*)
Geometrische Morphismen sind das Analogon zu stetigen Funktionen, wenn anstelle Topologischer Räume Kategorien von Garben betrachtet werden. Der Vortrag handelt also davon, die Kategorie der Topoi zu definieren und zu untersuchen.
*Definition:* Geometrischer Morphismus
*Konstruktion:* 2-Kategorie der Topoi
*Aussagen:* Antwort auf die Frage, wann ein geom. Morphismus von einer stetigen Abbildung/von einem Funktor zwischen den Räumen herkommt Set ist terminales Objekt
*Literatur:* [4] VII

**10. Der klassifizierende Topos der Ringe** (*Sven Caspart*)
*Definitionen:* Klassifizierender Topos
*Aussagen:* Der vom Koring $\mathbb{Z}[X]^{op}$ frei erzeugte Topos klassifiziert Ringobjekte in beliebigen kovollständigen Topoi.

*Literatur:* [4] 419 [4] 435-445

**Irgendwo zwischendrin. Universenwechsel** (*Antonia Reinke*)
Hier beschäftigen wir uns mit den mengentheoretischen Problemen der Kategorientheorie. Schon im ersten Vortrag wird auffallen, dass wir uns nicht mit der üblichen Mengenlehre zufrieden geben können. Als Lösungsmöglichkeit werden wir sogennante Universen kennen lernen, die es uns unter Einschränkungen erlauben, Kategorien als Mengen, und Funktoren als Abbildungen zu betrachten. Das ist alles andere als ein technisches Detail – wir werden hier einen Blick in die Welt der Mengenlehre werfen und dabei eine recht überraschende Grenze sehen.
*Literatur:* Um mit der Mengenlehre warm zu werden, ist ein Blick in [3] sicher hilfreich – mit dem eigentlich Inhalt des Vortrags hat das leider nicht so viel zu tun – und gute Vorbereitung auf die Seiten 185-217 in [1]. Ich werde versuchen dafür noch eine zugänglichere Quelle zu finden.
*Bemerkung zur Vortragsnummer:* Rein inhaltlich betrachtet müsste dieser Vortrag eigentlich vor allen anderen stehen. Ganz am Anfang werden wir aber kaum wissen wollen, was wir mengentheoretisch bedenken müssen, wenn wir Dinge tun, von denen wir noch garnicht wissen, dass wir sie tun wollen. Daher sollte der Vortrag wohl frühestens stattfinden, wenn wir schon ein paar Vortrage gesehen haben.

# Literatur


[1] Théorie des topos et cohomologie étale des schémas : Seminaire de géometrie algébrique du bois marie 1963/64. Lecture notes in mathematics ; ..., Berlin [u.a.], 19XX. Springer.

[2] Steve Awodey. *Category Theory.* Oxford Logic Guides. Oxford University Press, New York, 2011.

[3] Oliver Deiser. *Einführung in die Mengenlehre : die Mengenlehre Georg Cantors und ihre Axiomatisierung durch Ernst Zermelo.* Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin, 3., korr. aufl. edition, 2010.

[4] Ieke Mac Lane, Saunders ; Moerdijk. *Sheaves in geometry and logic : a first introduction to topos theory.* Universitext. Springer, New York, 1992.