

Seminar im Wintersemester 2014/2015 (Bachelor/Master)

Rechtwinklige Artin-Gruppen

Artin-Gruppen sind Gruppen mit einer Präsentation vom folgenden Typ:

$$\langle x_1, \dots, x_n \mid \{w(x_i, x_j)^{m_{i,j}} = w(x_j, x_i)^{m_{i,j}} : i < j \text{ in } \{1, \dots, n\}\} \rangle$$

Hierbei ist $m_{i,j} \in \mathbb{N}_\infty$ und $w(x_i, x_j)^{m_{i,j}}$ das Teilwort des unendlichen Wortes $x_i x_j x_i x_j x_i \dots$, das aus den ersten $m_{i,j}$ Buchstaben besteht, falls $m_{i,j}$ endlich ist, und sonst das triviale Wort. Artin-Gruppen sind damit eine natürliche Verallgemeinerung von Zopfgruppen, bei denen die $m_{i,j}$ alle 2 oder 3 sind. Für Artin-Gruppen sind im Allgemeinen überraschend viele Fragen offen, wie beispielsweise, ob das Wortproblem entscheidbar ist, ob sie linear und ob sie torsionsfrei sind.

Rechtwinklige Artin-Gruppen sind der Spezialfall, dass alle $m_{i,j} \in \{2, \infty\}$ sind. Sie können als Zwischenstufen zwischen den freien Gruppen F_n (alle $m_{i,j} = \infty$) und den freien abelschen Gruppen \mathbb{Z}^n (alle $m_{i,j} = 2$) verstanden werden. Im Gegensatz zu allgemeinen Artin-Gruppen verhalten sich rechtwinklige Artin-Gruppen „höchst anständig“ und sind viel besser verstanden. Beispielsweise können die oben genannten Fragen alle drei bejaht werden. Weiter kann beispielsweise entschieden werden, wann sie isomorph sind, und wie der Raum der Enden aussieht. Ein Grund dafür ist, dass man für rechtwinklige Artin-Gruppen schöne CAT(0)-Komplexe hat, wie zum Beispiel die universelle Überlagerung des Salvetti-Komplexes, auf dem sie auf gute Art operieren. Andererseits sind rechtwinklige Artin-Gruppen in keiner Weise so langweilig, wie man aufgrund ihrer Definition vermuten könnte. Sie treten in vielen geometrischen Situationen auf. Eine der wichtigsten davon ist ihr enger Zusammenhang zu so genannten gut-organisierten Kubenkomplexen. Dieser spielt eine entscheidende Rolle beim Beweis der berühmten virtuellen Haken-Vermutung für geschlossene hyperbolische 3-Mannigfaltigkeiten von Ian Agol aus dem Jahr 2012.

In diesem Seminar wollen wir rechtwinklige Artin-Gruppen kennenlernen, ihre Aktion auf unterschiedlichen metrischen Komplexen verstehen und daraus algebraische und geometrische Eigenschaften der Gruppen ableiten.

Voraussetzungen: Geometrische Gruppentheorie I oder zumindest Grundkenntnisse zu Cayleygraphen, Quasi-Isometrien, Satz von Milnor-Schwartz.

Bemerkung: Das Seminar möchten wir als **mehrtägiges Blockseminar** an einem verlängerten Wochenende im Wintersemester durchführen (Unterkunft mit Verpflegung wird von uns organisiert), eventuell mit ein paar vorbereitenden Vorträgen hier am KIT. Genauer wird in der Vorbesprechung besprochen.

Vorbesprechung: Donnerstag, den 17.7.2014, 13:20 Uhr.

Falls Sie an dem Termin nicht teilnehmen können, bitte am besten vorher Bescheid geben.

Bei Fragen zum Seminar, können Sie sich gerne an uns wenden:

weitze-schmithuesen@kit.edu, 0721-60843700

nisbach@kit.edu, 0721-60842706