

Seminar im Wintersemester 2015/16

Teichmüllerräume und Teichmüllerkurven

In diesem Seminar wollen wir uns einen ersten Einblick in die Teichmüllertheorie verschaffen. Dabei werden wir neben dem Teichmüllerraum - dem Raum aller kompakten Riemannschen Flächen mit gewissen Markierungen - die Abbildungsklassengruppe, den Modulraum und Teichmüllerkurven kennenlernen. Besonders interessant ist, wie hier das Zusammenspiel verschiedener mathematischer Disziplinen sichtbar wird: Wir werden algebraische Geometrie, geometrische Gruppentheorie, Funktionentheorie, Topologie und Translationsflächen verwenden.

Stichwortartig geht es dabei um Folgendes: Projektive nichtsinguläre Kurven über den komplexen Zahlen lassen sich auch mit Methoden der Funktionentheorie untersuchen: es sind dort genau die kompakten Riemannschen Flächen. Dies ermöglicht einen Zugang zur Klassifikation von Kurven, der als *Teichmüllertheorie* bekannt ist. Man nutzt dazu aus, dass jede kompakte Riemannsche Fläche vom Geschlecht ≥ 2 als Quotientenraum der oberen Halbebene nach einer Fuchsschen Gruppe in $\mathrm{PSL}_2(\mathbb{R})$ dargestellt werden kann. Die Erzeuger der Gruppe liefern dann Parameter für die Riemannsche Fläche und damit den *Teichmüllerraum*. Mit dem Konzept der quasikonformen Abbildungen und dem Existenz- und Eindeutigkeitsatz von Teichmüller lässt sich auf diesem Raum eine Metrik erklären und zeigen, dass er kontrahierbar ist. Auf dem Teichmüllerraum operiert die *Abbildungsklassengruppe* und identifiziert dabei Punkte, die verschiedenen Erzeugern derselben Gruppe entsprechen. Die Aktion geschieht durch Isometrien und ist diskontinuierlich; der Quotientenraum ist der Modulraum der Kurven.

Geodätische im Teichmüllerraum lassen sich durch explizite Deformationen von Translationsstrukturen beschreiben. Sie führen zu isometrischen Einbettungen der oberen Halbebene (mit der hyperbolischen Metrik) in den Teichmüllerraum. Ist der Stabilisator einer solchen so genannten Teichmüller-Kreisscheibe in der Abbildungsklassengruppe „groß“, so ist ihr Bild im Modulraum eine algebraische Kurve, die dann *Teichmüllerkurve* heißt.

Vorkenntnisse. Das Seminar bietet sich im Anschluss an die Vorlesung „Algebraische Geometrie“ an. Gewisse Grundkenntnisse in Geometrie und Topologie sowie in Funktionentheorie sind wünschenswert.

Vorbesprechung und Anmeldung. Die Vorbesprechung findet am

Freitag, 17. Juli, 13:15 Uhr

im Seminarraum **3.068** statt. Dabei wird auch geeignete Literatur genannt.

Interessierte werden gebeten, sich in die bei Frau Hoffmann (Zi 1.027) ausliegende Liste einzutragen oder sich bei einem von uns zu melden.