Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
Priv. Doz. Dr. Stefan Kühnlein
Dipl. Math. Oliver Bauer

9.1.2008

Topologie – Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien X und Y Hausdorffräume. Zeigen Sie:

(a) Ist $f : X \to Y$ surjektiv, stetig und abgeschlossen, dann trägt Y die Quotiententopologie.

(b) Ist X kompakt, $f : X \to Y$ surjektiv und stetig, dann trägt Y die Quotiententopologie.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie:

(a) Zwei stetige Abbildungen $\gamma,\ \delta : S^1 \to \mathbb{C}^\times$ sind genau dann homotop, wenn sie dieselbe Umlaufzahl um 0 haben.

(b) Es gibt eine bijektive Abbildung zwischen $[S^1, S^1]$ und $\mathbb{Z}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei X ein lokalkompakter Hausdorffraum und $\mathcal{C}(X,Y)$ versehen mit der kompakt-offen Topologie. Zeigen Sie: $H : X \times [0,1] \to Y$ ist genau dann stetig, wenn die Vorschrift $t \mapsto H_t := (x \mapsto H(x,t))$ eine stetige Abbildung von $[0,1]$ nach $\mathcal{C}(X,Y)$ definiert.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist X kompakt und (Y,d) ein metrischer Raum, dann wird die kompakt-offen Topologie auf $\mathcal{C}(X,Y)$ induziert von der Metrik $d(F,g) := \sup\{d(f(x), g(x)) \mid x \in X\}$.

Abgabe: Bis Mittwoch, 16.1.2008, 14.00 in den Kasten bei Zimmer 308 des Mathematikgebäudes oder zu Beginn der Übung.