

## Topologie – Übungsblatt 13

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien  $X$  und  $Y$  wegzusammenhängende und lokal wegzusammenhängende Hausdorffräume. Weiter sei  $Y$  kompakt. Zeigen Sie: Ein lokaler Homöomorphismus  $f : Y \rightarrow X$  ist eine Überlagerung.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien  $p_1 : Y_1 \rightarrow X_1$  und  $p_2 : Y_2 \rightarrow X_2$  Überlagerungen. Zeigen Sie: Dann ist auch das Produkt  $p_1 \times p_2 : Y_1 \times Y_2 \rightarrow X_1 \times X_2$  eine Überlagerung.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei  $p : Y \rightarrow X$  eine Überlagerung.

- (a) Zeigen Sie:  $Y$  ist ein Hausdorffraum, wenn  $X$  ein Hausdorffraum ist.
- (b) Sei  $p^{-1}(x)$  endlich für jedes  $x \in X$ . Zeigen Sie:  $Y$  ist kompakt, wenn  $X$  kompakt ist.

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

- (a) Zeigen Sie: Ein lokal wegzusammenhängender topologischer Raum ist genau dann wegzusammenhängend, wenn er zusammenhängend ist.
- (b) Finden Sie ein Beispiel für einen topologischen Raum, der wegzusammenhängend aber nicht lokal wegzusammenhängend ist.

**Abgabe:** Bis Mittwoch, 6.2.2008, 14.00 in den Kasten bei Zimmer 308 des Mathematikgebäudes oder zu Beginn der Übung.