Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
Priv. Doz. Dr. Stefan Kühnlein
Dipl. Math. Oliver Bauer

14.11.2007

Topologie – Übungsblatt 4

Aufgabe 1 **(4 Punkte)**

(a) Bestimmen Sie die Zusammenhangskomponenten von $\mathbb{Q}$ versehen mit der üblichen Topologie.

(b) Sei (X,d) ein abzählbarer metrischer Raum. Zeigen Sie: Die Zusammenhangskomponenten von X sind einelementig.

Aufgabe 2 **(4 Punkte)**

Überlegen Sie, ob die folgenden topologischen Räume paarweise homöomorph sind:

(a) $\mathbb{R}$, ein offenes Intervall (a,b), ein geschlossenes Intervall $[a,b]$ und ein halboffenes Intervall $(a,b]$, alle versehen mit der Teilraumtopologie.

(b) S^1 und $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ mit der Quotiententopologie von $\mathbb{R}$.

(c) Die n-dimensionale Würfeloberfliche $W^n := \partial([0,1]^{n+1})$ und die Einheitssphäre $S^n := \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid \|x\| = 1\}$.

Aufgabe 3 **(4 Punkte)**

Sei X ein topologischer Raum und A, B Teilmengen von X mit $A \subseteq B \subseteq \overline{A}$. Zeigen Sie: Ist A zusammenhängend, so ist auch B zusammenhängend.

Aufgabe 4 **(4 Punkte)**

Es sei X ein topologischer Raum, $A \subseteq X$, Y ein Hausdorffraum und $f : A \to Y$ eine stetige Abbildung. Zeigen Sie: Kann f fortgesetzt werden zu einer stetigen Abbildung $g : \overline{A} \to Y$, dann ist g eindeutig bestimmt.

Abgabe: Bis Mittwoch, 21.11.2007, 14.00 in den Kasten bei Zimmer 308 des Mathematikgebäudes oder zu Beginn der Übung.