Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
Priv. Doz. Dr. Stefan Kühnlein
Dipl. Math. Oliver Bauer

5.12.2007

Topologie – Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass jeder metrische Raum normal ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Das Produkt regulärer Räume ist regulär.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Gegeben seien

$$A := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - x^4 = 0\} \text{ und } B := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - (x^2+1)^2 = 0\}$$

versehen mit der Teilraumtopologie von $\mathbb{R}^2$.
Untersuchen Sie, ob A und B topologische Mannigfaltigkeiten sind.

(b) Zeigen Sie, dass $T^n := \mathbb{R}^n/\mathbb{Z}^n$ für $n \geq 1$ eine topologische Mannigfaltigkeit ist und geben Sie einen Atlas an, bezüglich dem T^n eine differenzierbare Mannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei X ein Hausdorffraum mit der Eigenschaft, dass jedes $x \in X$ eine kompakte Umgebung besitzt. Sei $Y := X \cup \{\infty\}$. Dabei bezeichne $\{\infty\}$ eine zu X disjunkte einelementige Menge. Zeigen Sie:

(a) Die offenen Mengen in X zusammen mit den Mengen der Form $Y \setminus K$ für alle kompakten Teilmengen $K \subseteq X$ bilden eine Topologie auf Y.

(b) Y ist mit der Topologie aus (a) ein kompakter Hausdorffraum.

Abgabe: Bis Mittwoch, 12.12.2007, 14.00 in den Kasten bei Zimmer 308 des Mathematikgebäudes oder zu Beginn der Übung.