# Tag der Mathematik 2010

## Einzelwettbewerb

**Allgemeine Hinweise:**

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

| Teamnummer | Name und Vorname |
|---|---|
| | |

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

| Aufgabe | E 1 | E 2 | E 3 | E 4 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|
| Mögliche Punktzahl | 8 | 8 | 8 | 8 | 32 |
| Erreichte Punktzahl | | | | | |

| Teamnummer | Name und Vorname eines Teammitglieds |
|---|---|
| | |

## Aufgabe E 1 (8 Punkte)

Für jede reelle Zahl $x$ sei $[x]$ die größte ganze Zahl kleiner oder gleich $x$. Zum Beispiel gelten $[\frac{3}{8}] = 0$, $[2] = 2$ und $[-1,4] = -2$.

Zeichnen Sie im Koordinatensystem alle Punkte $(x|y)$ mit der Eigenschaft

$$[x]^2 + [y]^2 = 4.$$

| Teamnummer | Name und Vorname eines Teammitglieds |
| --- | --- |
| | |

---

## Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Das ganzzahlige Polynom $X^3 + sX^2 + mX + p$ habe die Nullstellen $a, b, c$, sodass also

$$X^3 + sX^2 + mX + p = (X - a)(X - b)(X - c)$$

gilt. Ganzzahlig heißt dabei, dass $s, m, p$ ganze Zahlen sind. Für die Nullstellen $a, b, c$ setzen wir das nicht voraus!

Zeigen Sie, dass auch

$$(X - a^2)(X - b^2)(X - c^2)$$

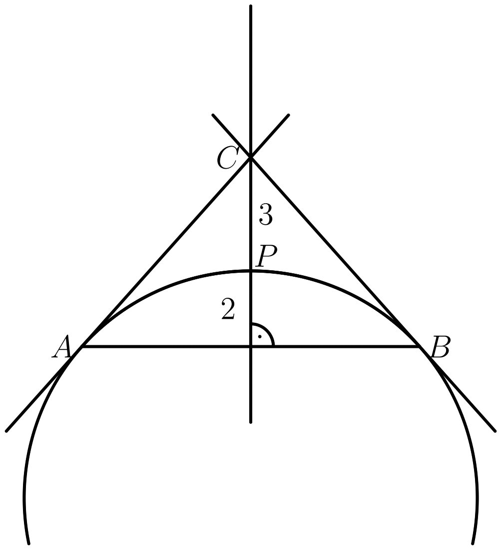
ganzzahlige Koeffizienten hat.

| Teamnummer | Name und Vorname eines Teammitglieds |
|---|---|
| | |

## Aufgabe E 3 (8 Punkte)

Auf einem Kreis liegen die Punkte $A$ und $B$, deren zugehörige Tangenten sich in einem Punkt $C$ schneiden. Die zu $AB$ senkrechte Gerade durch $C$ schneidet den Kreis in einem Punkt $P$, der von $C$ 3 cm und von $AB$ 2 cm entfernt liegt.

Wie groß ist der Abstand zwischen $A$ und $B$?



| Teamnummer | Name und Vorname eines Teammitglieds |
| --- | --- |
| | |

## Aufgabe E 4 (8 Punkte)

Es seien $A, B, C, D$ vier Punkte in der Ebene, sodass der Abstand von $A$ zu $B$ gleich dem Abstand von $C$ zu $D$ ist.

Zeigen Sie, dass es einen Punkt $E$ gibt, für den die beiden Dreiecke $ABE$ und $CDE$ kongruent sind.