

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

### Aufgabe G 1 (9 Punkte)

Die S-Bahn S3 darf auf der Strecke Karlsruhe-Bruchsal maximal 160 km/h fahren. Der Stromverbrauch für den Betrieb der S3 ist proportional zum Quadrat ihrer Geschwindigkeit. Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h betragen die Stromkosten der Lokomotive 100 EUR pro Stunde. Außerdem entstehen feste Kosten in Höhe von 400 EUR pro Stunde (Personalkosten, Wartungskosten etc.).

- (a) Bei welcher Geschwindigkeit sind die Betriebskosten pro gefahrenem Kilometer am geringsten?
- (b) Im Tagesmittel betragen die Einnahmen 14 EUR pro gefahrenem Kilometer. Wie schnell sollte die S-Bahn fahren, damit der Gesamtgewinn (also die Differenz zwischen Einnahmen und Kosten) pro Stunde möglichst groß wird?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

## Aufgabe G 2 (9 Punkte)

Der goldene Schnitt  $\varphi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) \approx 1,618033989$  hat die bemerkenswerte Eigenschaft, dass sein Kehrwert

$$\frac{1}{\varphi} \approx 0,618033989 \dots$$

den gleichen Nachkommaanteil hat.

Finden Sie eine andere Zahl  $x > 1$  mit dieser Eigenschaft.

Gibt es unendlich viele solcher Zahlen?

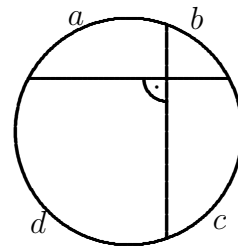
Wie viele Zahlen zwischen 1 und 100 haben diese Eigenschaft?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

### Aufgabe G 3 (9 Punkte)

Ein Kreis werde durch zwei zueinander senkrechte Sehnen in vier Kreisbögen der Längen  $a, b, c, d$  geteilt.  
Zeigen Sie:  $a + c = b + d$ .



Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

### Aufgabe G 4 (9 Punkte)

Die kleine Hexe Mathenella hat einen neuen Zaubertrick gelernt. Sie kann damit Steine in Apfelsinen, Apfelsinen in Goldstücke, und Goldstücke in Steine verwandeln. Allerdings müssen immer genau drei dieser Dinge gleichzeitig verwandelt werden, wobei diese dann verschieden sein können. Jeder Stein wird zu einer Apfelsine, jede Apfelsine zu einem Goldstück, und jedes Goldstück zu einem Stein. So werden mit einem Zauberspruch also ein Stein und zwei Goldstücke in eine Apfelsine und zwei Steine verwandelt. Zwei Apfelsinen alleine können hingegen nicht verwandelt werden.

- a) Kann sie 100 Steine in je 50 Apfelsinen und Goldstücke verwandeln?
- b) Kann Mathenella durch mehrmaliges Anwenden dieses Tricks 100 Steine in 100 Goldmünzen verwandeln?

Begründen Sie jeweils die Antwort.