

Tag der Mathematik 2010

Gruppenwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G 1	G 2	G 3	G 4	Summe
Mögliche Punktzahl	9	9	9	9	36
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 1 (9 Punkte)

Sei P ein Punkt im ersten Quadranten, der auf der Parabel liegt, die durch die Gleichung $y = 9 - x^2$ gegeben ist.

Die Tangente an der Parabel im Punkt P schneide die x -Achse im Punkt A und die y -Achse im Punkt B . Der Abstand zwischen A und B heiße d .

Skizziere die beschriebenen geometrischen Objekte.

Für welchen Punkt $P(a, 9 - a^2)$ wird d^2 minimal?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 2 (9 Punkte)

Bei einem Glücksspiel beträgt der Einsatz 2 €.

Es werden zwei faire Würfel geworfen.

Bei gleicher Augenzahl erhält der Spieler 5 €.

Ist die Differenz der Augenzahlen 5, werden 10 € ausgezahlt.

Bei einer Augendifferenz von 1 erhält man den Einsatz zurück.

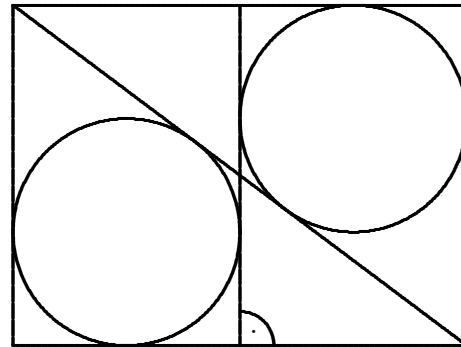
Bei allen anderen Ergebnissen erhält der Spieler nichts zurück.

- a) Wie groß ist der durchschnittliche Gewinn bzw. Verlust?
- b) Bei welchem Einsatz wäre das Spiel fair, d.h. der durchschnittliche Gewinn 0?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 3 (9 Punkte)

Wie groß sind Länge und Breite des Rechtecks, wenn die beiden Kreise denselben Radius r haben?



Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 4 (9 Punkte)

Es seien A, B, C drei verschiedene Punkte in der $x-y$ -Ebene mit ganzzahligen Koordinaten.

Zeigen Sie:

- Die Quadrate über den Kanten des Dreiecks ABC haben ganzzahligen Flächeninhalt.
- Das Doppelte des Flächeninhalts von ABC ist ganzzahlig.
- ABC ist nicht gleichseitig.