

Tag der Mathematik 2014

Gruppenwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G 1	G 2	G 3	G 4	Summe
Mögliche Punktzahl	9	9	9	9	36
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 1 (9 Punkte)

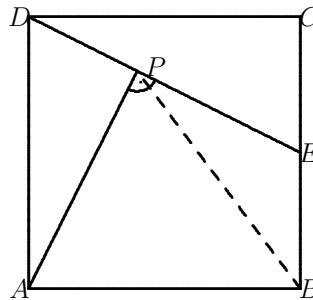
Seien a, b, c ganze Zahlen und p eine Primzahl. Weiter seien jeweils p^k , p^l bzw. p^m die höchsten Potenzen von p , die $a - b$, $b - c$ bzw. $c - a$ teilen.

Zeigen Sie: Mindestens zwei der Zahlen k, l, m sind gleich.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 2 (9 Punkte)

Gegeben ist ein Quadrat $ABCD$. Sei E der Mittelpunkt von BC und P der Fußpunkt des Lotes von A auf DE .

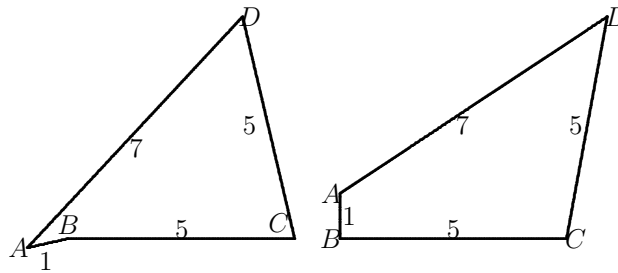


Zeigen Sie: Die Strecken PB und AB sind gleichlang.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 3 (9 Punkte)

Die Abbildung zeigt zwei Vierecke $ABCD$ mit Seitenlängen $|AB| = 1$, $|BC| = 5$, $|CD| = 5$ und $|DA| = 7$.



Wie groß können die Flächeninhalte der Dreiecke ABC und BCD höchstens werden, wenn die Kantenlängen so sind wie angegeben?

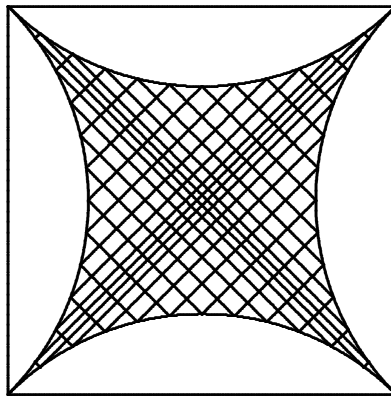
Wie groß ist der Flächeninhalt eines beliebigen Vierecks $ABCD$ mit diesen Kantenlängen (in dieser Reihenfolge) maximal?

Konstruieren Sie ein solches Viereck mit maximalem Flächeninhalt und begründen Sie Ihren Vorschlag.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 4 (9 Punkte)

In einem Quadrat der Seitenlänge 1 ist ein Netz eingespannt, das von vier Kreisbögen begrenzt wird, die durch die Ecken des Quadrates gehen und sich dort berühren. Die Diagonalen des Quadrates seien Symmetrieachsen des Netzes.



Berechnen Sie die Fläche des Netzes.