

# Tag der Mathematik 2015

## Gruppenwettbewerb

### Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G 1	G 2	G 3	G 4	Summe
Mögliche Punktzahl	9	9	9	9	36
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

## Aufgabe G 1 (9 Punkte)

Die Folge  $a_0, a_1, a_2, \dots$  rationaler Zahlen wird nach folgender Vorschrift gebildet:

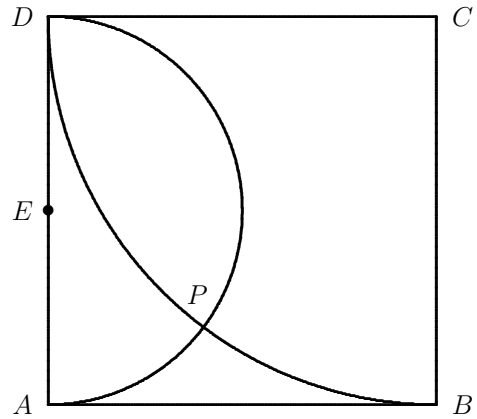
$$\begin{aligned}a_0 &= 10, \\a_{n+1} &= a_n + 2, \text{ falls } n \text{ gerade,} \\a_{n+1} &= \frac{3}{a_n}, \text{ falls } n \text{ ungerade.}\end{aligned}$$

- a) Bestimmen Sie  $a_0, \dots, a_{10}$ .
- b) Bestimmen Sie die Differenz von Zähler und Nenner von  $a_{10000}$ , wenn dieser Bruch in gekürzter Form vorliegt.  
Begründen Sie (wie immer) Ihr Ergebnis.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

### Aufgabe G 2 (9 Punkte)

Ein Quadrat  $ABCD$  hat im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem die Ecken  $A(0 \mid 0)$ ,  $B(2 \mid 0)$ ,  $C(2 \mid 2)$  und  $D(0 \mid 2)$ . Sei  $P(a \mid b)$  der von  $D$  verschiedene Schnittpunkt der Kreise durch  $D$  mit Mittelpunkten in  $C$  bzw.  $E(0 \mid 1)$ .



Zeigen Sie, dass das Verhältnis der Streckenlängen  $PB$  und  $PA$  genau  $\sqrt{2}$  beträgt.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

### Aufgabe G 3 (9 Punkte)

Die Klasse 10 hat zum Schulfest ein Glücksrad gebaut, um die Klassenkasse aufzufüllen. Die darauf zu erreichenden Zahlen 1 bis 5 sind alle gleich wahrscheinlich.

Der Spieler zahlt 1 Euro Einsatz und darf dafür das Rad drei Mal drehen. Anschließend erhält er für jede 1 einen Euro.

- a) Welchen Gewinn (Einsatz minus Auszahlung) darf die Klasse pro Spiel erwarten?
- b) Für drei Einsen soll eine Sonderausschüttung erfolgen, die das Spiel fair macht, der erwartete Gewinn also 0 ist.

Wie hoch muss diese sein?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

---

### Aufgabe G 4 (9 Punkte)

Im  $x$ - $y$ -Koordinatensystem sei  $P(a \mid a^2)$ ,  $a > 0$ , ein Punkt auf der Parabel, die durch  $y = x^2$  gegeben ist.

Die Tangente an dieser Parabel im Punkt  $P$  schneide die  $x$ -Achse in  $Q(q \mid 0)$ .

Die Fläche zwischen der Parabel, der  $x$ -Achse und der Tangente wird durch die Gerade mit der Gleichung  $x = q$  in zwei Teilflächen  $A_1$  und  $A_2$  unterteilt.

Zeigen Sie, dass  $A_1$  und  $A_2$  gleichen Flächeninhalt haben.