

Tag der Mathematik 2016

Gruppenwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

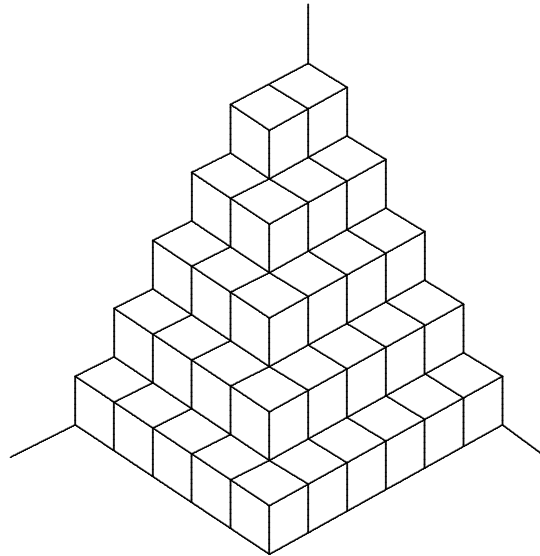
Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	G 1	G 2	G 3	G 4	Summe
Mögliche Punktzahl	9	9	9	9	36
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 1 (9 Punkte)

In einer Zimmerecke sind mehrere Lagen von Würfeln aufgestapelt. Die Abbildung zeigt diese Würfelpyramide. Nicht alle Würfel sind sichtbar.



- Aus wie vielen Würfeln besteht die Pyramide?
- Die sichtbaren Flächen werden nun rot lackiert. Wie viele Würfel haben dann 0, 1, 2 bzw. 3 rote Flächen?
- Ein Würfel wird zufällig ausgewählt und dann geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass anschließend eine rote Fläche oben liegt?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 2 (9 Punkte)

Im Raum seien die Punkte $P(7|12|10)$, $Q(8|8|1)$ und $R(11|3|9)$ gegeben.

- a) Wie viele Würfel gibt es, die P , Q und R als drei Ecken haben?
- b) Wie groß ist die Oberfläche solch eines Würfels?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 3 (9 Punkte)

Im (x, y) -Koordinatensystem werden 5 beliebige Punkte mit ganzzahligen Koordinaten ausgewählt.

Begründen Sie, wieso es unter den 10 Verbindungsstrecken mindestens eine gibt, deren Mittelpunkt ebenfalls ganzzahlige Koordinaten hat.

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 4 (9 Punkte)

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei

$$A_n := 0^2 + 1^2 + 2^2 + \dots + n^2.$$

- a) Bestimmen Sie die Werte A_0, A_1, A_2, A_3 .
- b) Bestimmen Sie die Koeffizienten des Polynoms $f(X) = a + bX + cX^2 + dX^3$, sodass

$$f(n) = A_n \text{ für } n = 0, 1, 2, 3.$$

Tipp: Jede dieser vier Gleichungen liefert eine lineare Gleichung für a, b, c, d .

- c) Zeigen Sie für das so definierte Polynom f und beliebiges $n \in \mathbb{N}_0$:

Wenn $A_n = f(n)$ gilt, dann gilt auch $A_{n+1} = f(n+1)$.