

# Tag der Mathematik 2017

## Einzelwettbewerb

### Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.  
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	E1	E2	E3	E4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname

---

## Aufgabe E 1 (8 Punkte)

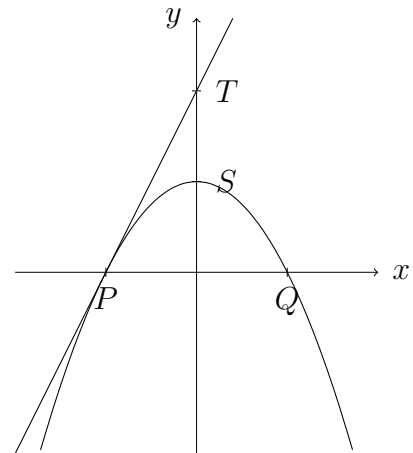
Die Parabel gegeben durch

$$f(x) = -ax^2 + c$$

mit  $a > 0$  und  $c > 0$  habe den Scheitel  $S$  sowie die Nullstellen  $P$  und  $Q$ . Die Tangente in  $P$  schneide die  $y$ -Achse in  $T$ .

Berechnen Sie das Verhältnis der Längen der Strecken  $\overline{OS}$  und  $\overline{ST}$ .

(Dabei bezeichne  $O$  den Koordinatenursprung.)



Teamnummer	Name und Vorname

---

## Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Bestimmen Sie  $u \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$  so, dass die Summe der Kehrwerte der Lösungen der Gleichung

$$u^2x^2 + (u - 3)x + \frac{1}{u + 1} = 0$$

maximal wird.

Teamnummer	Name und Vorname

---

### Aufgabe E3 (8 Punkte)

Es seien  $n$  eine natürliche Zahl,  $x = (1 + \frac{1}{n})^n$  und  $y = (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ .

Zeigen Sie:

$$y^x = x^y.$$

Teamnummer	Name und Vorname

---

### Aufgabe E 4 (8 Punkte)

Aus drei gleichen Brettern der Breite  $b$  soll nach nebenstehender Skizze eine Dachrinne hergestellt werden.

Für welchen Neigungswinkel  $\alpha$  der Seitenbretter ist die Querschnittsfläche am größten?

