

Tag der Mathematik 2019

Einzelwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Elektronische Geräte sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

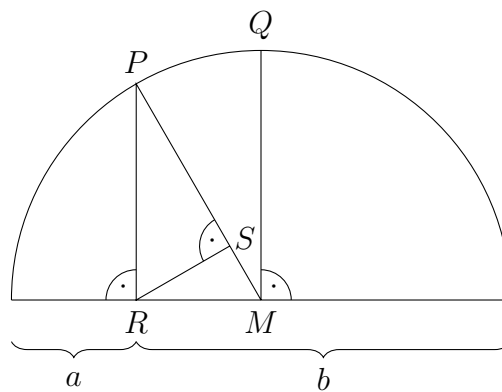
Aufgabe	E 1	E 2	E 3	E 4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 1 (8 Punkte)

Seien a und b positive reelle Zahlen mit $a < b$.

In einem Halbkreis mit Durchmesser $a + b$ und Mittelpunkt M sind die Punkte P , Q , R und S eingezeichnet:



Berechnen Sie MR , RQ , MP , PR und PS .

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Zeigen Sie, dass für jede natürliche Zahl $n = 1, 2, 3, \dots$ gilt:

$$27 \mid 10^n + 18n - 1.$$

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 3 (8 Punkte)

Für die Punkte (x, y) eines Gebiets im Koordinatensystem gilt

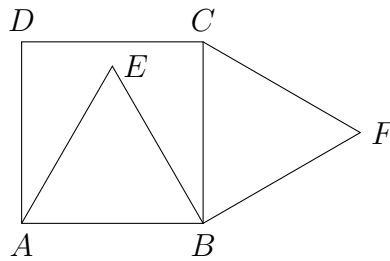
$$|x| \leq 2, \quad |y| \leq 2 \quad \text{und} \quad ||x| - |y|| \leq 1.$$

Skizzieren Sie dieses Gebiet und berechnen Sie seinen Flächeninhalt.

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 4 (8 Punkte)

In ein Quadrat $ABCD$ wird das gleichseitige Dreieck ABE eingezeichnet; außerdem wird das gleichseitige Dreieck BFC angehängt.



Zeigen Sie, dass die Punkte D , E und F auf einer Geraden liegen.