

Tag der Mathematik 2023

Einzelwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Elektronische Geräte sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	E 1	E 2	E 3	E 4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 1 (8 Punkte)

Für eine vierstellige Zahl $abcd$ mit den Ziffern a , b , c und d betrachten wir:

- die Quersumme: $a + b + c + d$
- die alternierende Quersumme: $-a + b - c + d$
- und die gewichtete Quersumme: $4a + 3b + 2c + d$

Für die Zahl 2023 ist die Quersumme 7, die alternierende Quersumme -1 und die gewichtete Quersumme 15.

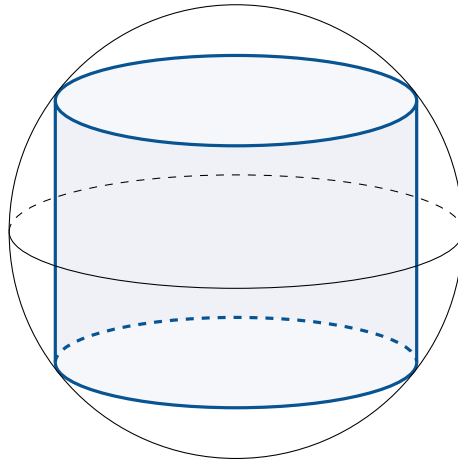
Finden Sie eine weitere vierstellige Zahl $abcd$, bei der die Quersumme, die alternierende Quersumme und die gewichtete Quersumme jeweils den selben Wert ergibt wie bei 2023. Wie viele solche Zahlen gibt es?

Hinweis: Bei einer vierstelligen Zahl $abcd$ darf die erste Ziffer a nicht 0 sein.

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E2 (8 Punkte)

In einer kugelförmigen Tiefseetauchsonde mit Durchmesser 1 Meter soll ein möglichst großer zylinderförmiger Tank eingebaut werden.

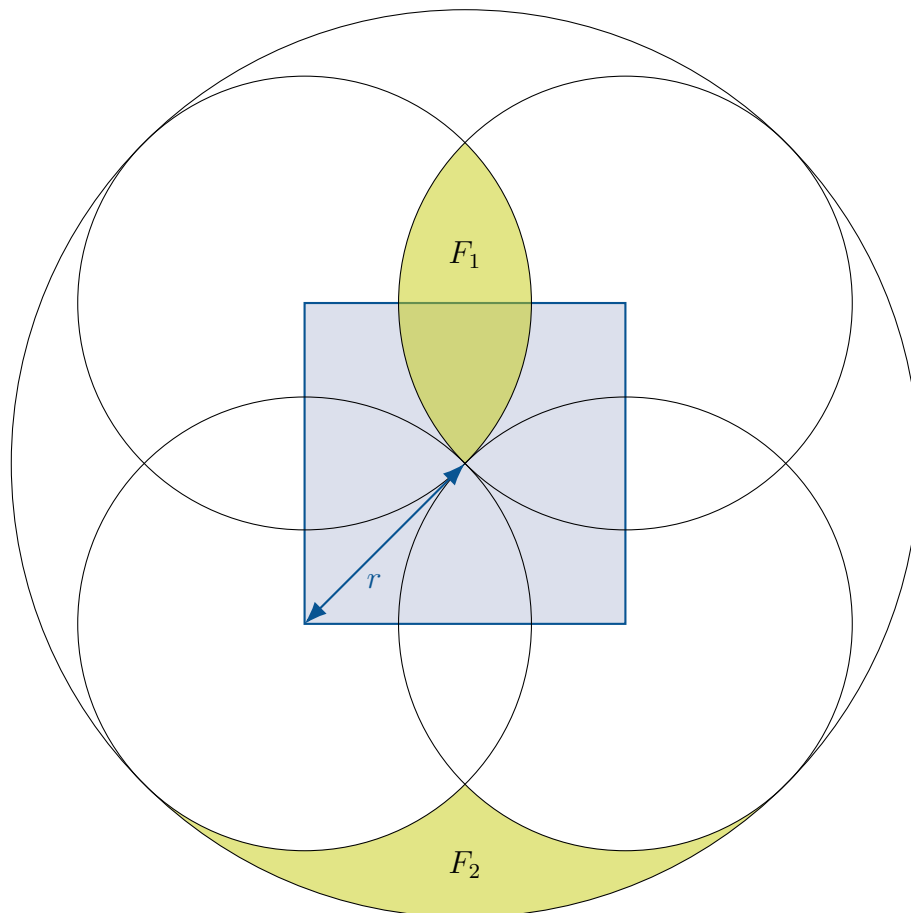


Wie groß muss die Höhe des Zylinders gewählt werden, damit er ein maximales Volumen besitzt? Geben Sie für diesen Fall das Volumen konkret an.

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 3 (8 Punkte)

Gegeben sei ein Quadrat, dessen Diagonale Länge $2r$ hat. Um jeden der 4 Eckpunkte des Quadrats wird ein Kreis mit Radius r gezogen, außerdem um den Mittelpunkt des Quadrats ein Kreis mit Radius $2r$. Es entsteht die abgebildete Figur.



- Zeigen Sie, dass die Flächenstücke F_1 und F_2 gleich groß sind.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt von F_1 in Abhängigkeit von r .

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 4 (8 Punkte)

- a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahlen 1, 2, 3 so anzuordnen, dass keine Zahl an ihrem Platz steht (also 1 nicht an erster Stelle, 2 nicht an zweiter, 3 nicht an dritter)?
- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 so anzuordnen, dass keine Zahl an ihrem Platz steht?