

Tag der Mathematik 2022

Einzelwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	E 1	E 2	E 3	E 4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Aufgabe E 1 (8 Punkte)

Gegeben sei ein Quadrat Q sowie der Kreis durch zwei benachbarte Ecken E_1, E_2 von Q und den Mittelpunkt der gegenüberliegenden Seite von Q .

Der Abschnitt der Mittelsenkrechten der Strecke $\overline{E_1E_2}$, der außerhalb von Q , aber innerhalb des Kreises liegt, habe die Länge d .

Bestimmen Sie die Kantenlänge von Q .

Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

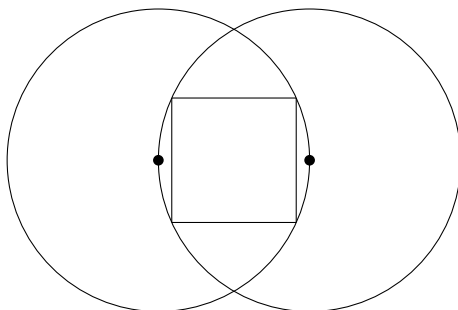
$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

mit $n \geq 1$ und ganzen Zahlen a_0, \dots, a_{n-1} .

- a) Zeigen Sie, dass $f(\frac{1}{2}) \neq 0$ gilt.
- b) Ist das auch für $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ richtig?

Aufgabe E 3 (8 Punkte)

Gegeben seien zwei Kreise vom Radius 1, deren Mittelpunkte ebenfalls Abstand 1 haben.



Bestimmen Sie die Fläche des in den Durchschnitt der beiden Kreise eingeschriebenen Quadrates.

Aufgabe E 4 (8 Punkte)

Sei $c \in \mathbb{R}$ so, dass die Gerade $y = c$ die Parabel $y = 2x - 3x^2$ im ersten Quadranten schneidet.

Für welches c sind die beiden schraffierten Flächen gleich groß?

