

Tag der Mathematik 2018

Einzelwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Teamnummer	Name und Vorname

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

Aufgabe	E1	E2	E3	E4	Summe
Mögliche Punktzahl	8	8	8	8	32
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 1 (8 Punkte)

Ein durch und durch weißer Würfel wird rot angestrichen und danach in $4 \times 4 \times 4 = 64$ gleiche Teilwürfel zerlegt. Von diesen 64 kleinen Würfeln wird einer zufällig ausgewählt und geworfen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Seite gewürfelt wird?

Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 2 (8 Punkte)

Untersuchen Sie, ob folgende Zahlen rational oder irrational sind:

a) $r = \frac{2(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$,

b) $s = \sqrt[3]{25 + 5\sqrt{20}} + \sqrt[3]{25 - 5\sqrt{20}}$.

Hinweis: Die binomische Formel

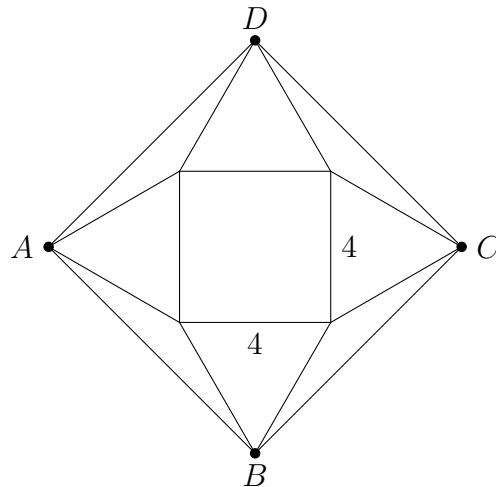
$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

darf benutzt werden.

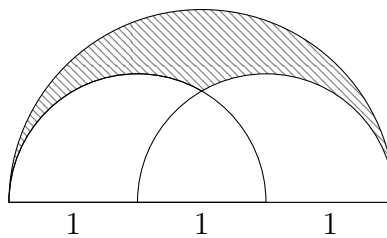
Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E3 (8 Punkte)

- a) Über den vier Seiten eines Quadrats mit Seitenlänge 4 werden nach außen gleichseitige Dreiecke errichtet. Deren Ecken A , B , C und D werden zu einem Viereck verbunden. Berechnen Sie dessen Fläche.



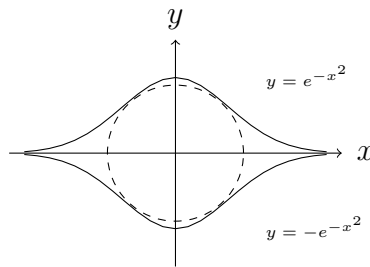
- b) Zwei Halbkreise mit Radius 1 und ein Halbkreis mit Radius 1,5 begrenzen das in der Abbildung schraffierte Gebiet. Berechnen Sie dessen Fläche.



Teamnummer	Name und Vorname

Aufgabe E 4 (8 Punkte)

Gegeben sind die beiden Glockenkurven $y = e^{-x^2}$ und $y = -e^{-x^2}$. Berechnen Sie die Fläche des größten Kreises, der zwischen diese Kurven passt.



Hinweis: Die Ableitung von $y = e^{-x^2}$ ist $-2x \cdot e^{-x^2}$.