

Tag der Mathematik 2018

Gruppenwettbewerb

Allgemeine Hinweise:

Als Hilfsmittel dürfen nur Schreibzeug, Geodreieck und Zirkel benutzt werden.
Taschenrechner sind nicht zugelassen.

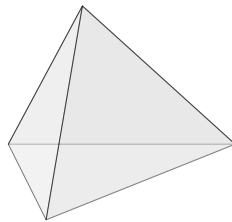
Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Die folgende Tabelle wird von den Korrektoren ausgefüllt.

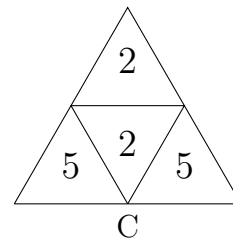
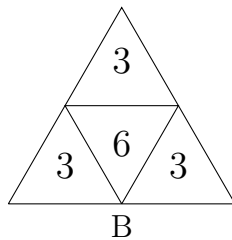
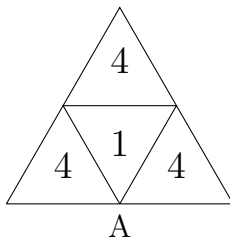
Aufgabe	G 1	G 2	G 3	G 4	Summe
Mögliche Punktzahl	9	9	9	9	36
Erreichte Punktzahl					

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 1 (9 Punkte)



Gegeben sind drei tetraederförmige Würfel, deren Seiten mit den folgenden Augenzahlen beschriftet sind:

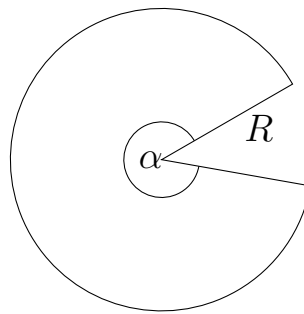


Diese Tetraeder werden wie Würfel geworfen, wobei die Augenzahl der unten liegenden Seite zählt.

- a) Wählen Sie jeweils zwei Tetraeder aus und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der eines der beiden beim Würfeln gewinnt.
- b) Welches Tetraeder gewinnt, wenn alle drei gleichzeitig geworfen werden?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 2 (9 Punkte)



Beim Abwickeln eines Kegelmantels in die Ebene entsteht ein Kreisabschnitt mit Radius R und Zentriwinkel α .

Für welches α hat der Kegel maximales Volumen?

Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 3 (9 Punkte)

In einem Koordinatensystem sei S die Menge aller Punkte $(x|y)$, für die gilt

$$|2x - 1| + |2x + 1| + \frac{4}{\sqrt{3}}|y| = 4.$$

- Zeigen Sie, dass S symmetrisch zu den Koordinatenachsen ist.
- Bestimmen Sie S im ersten Quadranten. Unterscheiden Sie dazu die Fälle

$$0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \quad \text{und} \quad x > 1.$$

- Skizzieren Sie S .

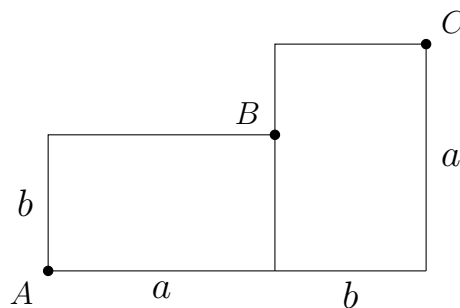
Teamnummer	Name und Vorname eines Teammitglieds

Aufgabe G 4 (9 Punkte)

- a) Bei den abgebildeten Rechtecken liegen A, B und C auf einer Geraden. Zeigen Sie, dass das Seitenverhältnis $x := \frac{a}{b}$ die Gleichung

$$x^2 = x + 1$$

erfüllt.



- b) Bei den abgebildeten Quadern liegen A, B und C auf einer Geraden. Zeigen Sie, dass das Seitenverhältnis $x := \frac{a}{b}$ die Gleichung

$$x^3 = x + 1$$

erfüllt.

