

## Aufgaben zum Knotentheorie-Schnupperkurs – Blatt 3

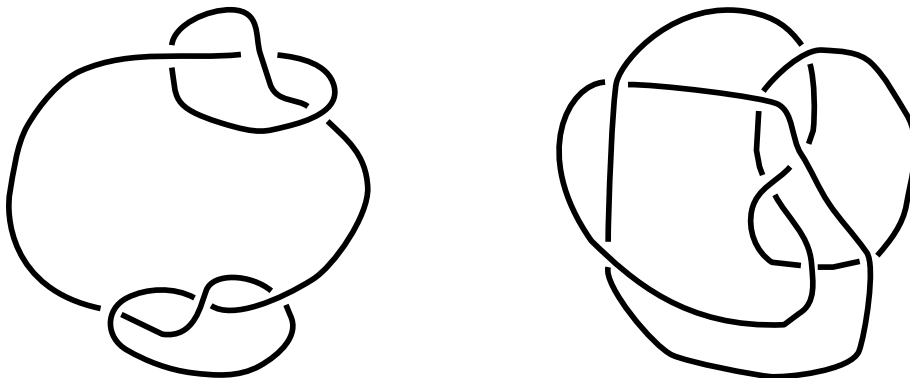
**Aufgabe 1:** Zur Erinnerung: Das Geschlecht einer orientierbaren, zusammenhängenden Fläche, die durch Verkleben von  $n$  Bändern an  $m$  Scheiben entsteht, kann mit der Formel

$$g = \frac{2 - m + n - B}{2}$$

berechnet werden, wobei  $B$  die Anzahl der Randkomponenten ist. Zeige mithilfe der Klassifikationssätze für berandete Flächen:

- Das Geschlecht ist immer ganzzahlig und kann nie negativ werden.
- Jede berandete Fläche mit Geschlecht  $g = 0$  und einer Randkomponenten ist homöomorph zur abgeschlossenen Kreisscheibe.

**Aufgabe 2:** Diese beiden Knotendiagramme gehören zum Quadratknoten. Bestimme mit dem Seifert-Algorithmus die zugehörigen Seifert-Flächen und berechne ihr jeweiliges Geschlecht! Was stellst Du fest?



**Aufgabe 3:**

- Zeige mithilfe der bisher erlernten Techniken, dass der Kleeblattknoten das Geschlecht  $g = 1$  hat.
- Ist jeder Knoten von Geschlecht 1 ein Primknoten?

## Knoten im Internet

- **Knotinfo** – <http://www.indiana.edu/~knotinfo/>  
Eine Knotendatenbank, in der Knoteninvarianten für alle Primknoten mit höchstens 12 Kreuzungen aufgeführt werden. Das Knotengeschlecht findet man z.B. unter “Three Dimensional Invariants” – “Three-Genus”.
- **Knot Atlas** – <http://katlas.math.toronto.edu/wiki/>  
Ein Knotenatlas mit vielen Knotentabellen.
- **The Knot Theory Homepage** – <http://library.thinkquest.org/12295/>  
Eine Einführung in die Knotentheorie. Hier findet man vieles aus unserem Kurs wieder, z.B. Reidemeister-Bewegungen und Färbbarkeit – übersichtlich und mit vielen Bildern illustriert.
- **SeifertView** – <http://www.win.tue.nl/~vanwijk/seifertview/>  
Ein Programm zum Visualisieren von Seifertflächen und Knoten; unter anderem kann man auf Knoten Achterbahn fahren.
- **Knotilus** – <http://srankin.math.uwo.ca/>  
Ein Java-Applet, mit dem man Knoten malen lassen kann. Man kann die Knoten dabei entweder mit der Maus eingeben oder über verschiedene Knotennotationen beschreiben (die wir leider nicht kennenlernen werden).

## Literatur zu Knoten

- Charles Livingston, “**Knotentheorie für Einsteiger**”, Vieweg-Verlag, 1995
- Colin C. Adams, “**Das Knotenbuch – Einführung in die mathematische Theorie der Knoten**”, Spektrum Akademischer Verlag, 1995