

Die Kantenflip-Gruppe des Rubikwürfels

Aufgabe 1:

Drehe das folgende Manöver:

$$Z_1 := (R \circ M_U)^4 = R \circ M_U \circ R \circ M_U \circ R \circ M_U \circ R \circ M_U$$

Was bewirkt es?

Lösung:

Es bewirkt einen *reinen Kantenflip*, das heißt alle Würfelchen bleiben an ihrem Ort, die Eckenwürfelchen sind unverändert und die Kantenwürfelchen können geflippt sein. In diesem Fall werden die Kantenwürfelchen 1,2,4 und 10 geflippt.

Aufgabe 2:

Bestimme für die folgenden Manöver jeweils den Flip-Vektor \vec{y} :

- $O, V, L, U, H, M_R, M_U, M_V$
- $R^2 \circ M_U \circ R^{-2} \circ M_U^{-1}$
- $O \circ R$
- $M_U \circ M_R$
- $R \circ V^{-1} \circ R^{-1} \circ V$

Lösung:

- O: (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1)
 V: (1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)
 L: (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)
 U: (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)
 H: (0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)
 M_R : (0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0)
 M_U : (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
 M_V : (0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1)

- b) $(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)$
- c) $(0,1,1,0,0,1,0,0,1,1,0,1)$
- d) $(1,1,1,1,1,0,1,0,1,0,1,0)$
- e) $(0,1,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0)$

Aufgabe 3:

Tipp: Für diese Aufgabe kann das Manöver Z_1 aus Aufgabe 1 hilfreich sein.

- a) Finde ein Manöver, dass alle Kantenwürfelchen flippt und sonst nichts tut. Solch ein Manöver nennt man auch *Superflip*.
- b) Finde ein Manöver, dass genau zwei Kantenwürfelchen flippt und sonst nichts tut.
- c) Kannst Du für jeden theoretisch möglichen reinen Kantenflip ein Manöver finden, dass diesen bewirkt?

Lösung:

- a) Man kann z.B. folgendermaßen vorgehen:
 - Führe Manöver Z_1 aus.
 - Drehe den Würfel so als ganzen im Raum (also nicht seine Scheiben verdrehen!), dass Kantenwürfelchen 5 auf Kantenwürfelchen 1 und Kantenwürfelchen 7 auf Kantenwürfelchen 2 kommt.
 - Führe das Manöver Z_1 aus.
 - Mache die vorherige Raumdrehung wieder rückgängig, das heißt drehe Würfelchen 1 auf Würfelchen 5 und Würfelchen 2 auf Würfelchen 7.
 - Mache eine weitere Raumdrehung mit 8 geht auf 1 und 12 geht auf 2.
 - Führe Manöver Z_1 aus.
 - Mache die letzte Raumdrehung wieder rückgängig.

In Kurznotation:

$$Z_1 \circ D_{5 \rightarrow 1, 7 \rightarrow 2} \circ Z_1 \circ D_{1 \rightarrow 5, 2 \rightarrow 7} \circ D_{8 \rightarrow 1, 12 \rightarrow 2} \circ Z_1 \circ D_{1 \rightarrow 8, 2 \rightarrow 12}$$

b) In Kurznotation:

$$Z_1 \circ D_{1 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2} \circ Z_1 \circ D_{1 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 4}$$

c) Durch geschicktes Kombinieren von b) kann man für jeden reinen Kantenflip mit einer geraden Anzahl von Einsen in seinem Flip-Vektor ein Manöver finden.