6 Echte und gefälschte Würfelbewegungen

Aufgabe 28:

1. Bild: Fälschung! Summe der Eckenflips ist 2, also nicht durch 3 teilbar.
2. Bild: gehört zum Manöver $R^2 M_U R^2 M_U^{-1}$.
3. Bild: Fälschung! Die Summe der Kantenflips ist nicht gerade.
4. Bild: Fälschung! Die Achsen müssten hier zerbrochen werden.
5. Bild: Fälschung! Das können wir aber mit dem, was wir in dem Kurs gelernt haben, nicht beweisen. Man kann zeigen, dass es eine Bedingung an die Permutationen p_E, p_K, p_F gibt. Dazu benutzt man, dass Permutationen in *gerade* und *ungerade* Permutationen eingeteilt werden können.

Aufgabe 29:

Verwende jeweils den Konjugationstrick.

a) $MZ_{11}M^{-1}$ zum Beispiel mit $M = L$.

b) $MZ_{11}M^{-1}$ zum Beispiel mit $M = R^{-1}V^{-1}L$.

c) **Ziel:** Drei beliebige Kantenwürfel zyklisch vertauschen.

Wir müssen dafür verschiedene Fälle unterscheiden. Für die Fallunterscheidung betrachten wir, wie die drei Kantenwürfel, die wir permutieren wollen, auf die drei Mittenscheiben verteilt sind. Wir unterscheiden die folgenden Fälle:

Fall 1: Alle drei Würfel liegen in einer Mittenscheibe:
Ohne Einschränkung können wir annehmen, dass es die drei Würfel 2, 3 und 4 sind (den Würfel einfach als Ganzen so hin drehen; Achtung: Auch das muss hinterher rückgängig gemacht werden!). Dann tut das Manöver Z_{11} oder Z_{11}^{-1} das Richtige.

Fall 2: Zwei der drei Kantenwürfel liegen in derselben Mittenscheibe:
Den Würfel (als Ganzen) so drehen, dass dies die horizontale Mittenscheibe ist und der dritte Würfel oben ist. Hier müssen wir nochmals zwei Fälle unterscheiden:

a) Die beiden Würfel in der Mittenscheibe sind benachbart:
Würfel (als Ganzen) so drehen, dass es die Würfel 2 und 3 sind. Bringe den dritten Würfel durch (eventuell) mehrmaliges Anwenden des Zuges O nach 12. L^{-1} bringt die drei Würfel in die Position von Fall 1.

b) Die beiden liegen diagonal gegenüber:
Den Würfel (als Ganzen) so drehen, dass es die Würfel 2 und 4 sind und der dritte nicht 11. Wende H^2 an. Führt zu Fall 2a).

Fall 3: In jeder Mittenscheibe ist genau einer der drei Würfel:
Wende M_R, M_U, und M_H (bei Bedarf) an, so dass es die drei Würfel 2, 6 und 9 sind. U^{-1} führt zu Fall 2 a).

Natürlich gibt viele verschiedene Möglichkeiten die Aufgabe zu lösen.