

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie
Material für die Übungsstunde am 3. Mai 2006

Methanmolekül

Im Methanmolekül CH_4 liegen die H-Atome an den vier Ecken E_1, E_2, E_3, E_4 und das C-Atom im Zentrum S eines regulären Tetraeders. Das kartesische Koordinatensystem sei so gewählt, dass sich das C-Atom im Ursprung befindet und die Ecke E_1 durch den Ortsvektor

$$\overrightarrow{OE_1} = \begin{pmatrix} s \\ s \\ s \end{pmatrix}$$

gegeben ist. Die zweite Ecke E_2 habe die z -Koordinate s . Bestimmen Sie die Ortsvektoren aller Atome in Abhängigkeit von der Bindungslänge $d = \|\overrightarrow{OE_1}\|$, die Abstände zwischen den H-Atomen, den Tetraederwinkel H-C-H und den Winkel H-H-H, und die Höhe des Tetraeders, d.h. den Abstand einer Ecke zur gegenüberliegenden Seitenfläche.

Hinweis: Die Ecken eines regulären Tetraeders erhält man, indem man vier (der acht) Ecken eines Würfels auswählt. Bestimmen Sie zunächst diesen Würfel.

Wurfbahn einer Kugel

Eine Kugel der Masse 1 kg starte zum Zeitpunkt $t = 0$ vom Punkt $P(0, 20)$ mit der Geschwindigkeit v_0 .

- (a) Bestimmen Sie die Flugbahn der Kugel unter dem Einfluss der in negativer y -Richtung wirkenden Gravitation ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) und berechnen Sie, an welcher Stelle die Kugel auf der x -Achse auftrifft.

- für den horizontalen Wurf $v_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \end{pmatrix}$
- für den schrägen Wurf $v_0 = \begin{pmatrix} 10 \cos \varphi \\ 10 \sin \varphi \end{pmatrix}$

- (b) Geben Sie jeweils einen Winkel an, für den die Auftreffstelle des schrägen Wurfs weiter vom Nullpunkt entfernt bzw. näher am Nullpunkt gelegen ist, wie derjenige des horizontalen Wurfs.

- (c) Wie ist der Abschusswinkel zu wählen, damit die Kugel auf der x -Achse möglichst weit vom Nullpunkt entfernt auftrifft?

Keine Abgabe!