

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie
Übungsblatt 6

Aufgabe 16. (Matrixinversion)

(4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie zu den Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & -8 & 2 & 2 \\ 6 & 3 & 3 & -6 \\ -4 & -11 & 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 12 & 7 \\ 1 & 3 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 26 & 1 \end{pmatrix}$$

eine Matrix X , für die $AX + B = C$ gilt. Wieviele solche Matrizen gibt es?

(b) Zeigen Sie, dass (3×3) -Matrizen C der folgenden Art nie invertierbar sind:

$$C = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 17. (Verkettung von Abbildungen)

(4 Punkte)

Gegeben seien die linearen Abbildungen $\Phi_1 : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ und $\Phi_2 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\Phi_1(x) = \begin{pmatrix} 2x_2 + x_3 \\ x_1 - x_4 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_4 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2(x) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_3 - x_1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Bestimmen Sie die Abbildungsmatrizen A von Φ_1 , B von Φ_2 und C von $\Psi := \Phi_2 \circ \Phi_1$ bezüglich der Standardbasen im \mathbb{R}^4 bzw. \mathbb{R}^3 .

(b) Bestimmen Sie jeweils Basen der Untervektorräume

$$\text{Kern}(\Psi) := \{x \in \mathbb{R}^4 \mid \Psi(x) = 0\} \subset \mathbb{R}^4, \quad \text{Bild}(\Psi) := \{\Psi(x) \mid x \in \mathbb{R}^4\} \subset \mathbb{R}^3$$

und bestätigen Sie den „Dimensionssatz“

$$\dim \text{Kern}(\Psi) + \dim \text{Bild}(\Psi) = \dim \mathbb{R}^4 = 4.$$

Aufgabe 18. (Basiswechsel)

(4 Punkte)

Die lineare Abbildung $\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ besitze bezüglich der Basis

$$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right) \text{ die Abbildungsmatrix } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie $\Phi(x)$ für $x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Abgabe: Am Mittwoch, den 14.06.2006, bis **8:00 Uhr** in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes. Um den Korrekturaufwand der Tutoren in Grenzen zu halten, geben Sie bitte in **Zweiergruppen** innerhalb desselben Tutoriums ab.