

**Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie**  
**Übungsblatt 7**

**Aufgabe 19. (Drehung)**

**(4 Punkte)**

Die Abbildung  $\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\Phi(x) = Ax$  mit der Matrix

$$A = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\sqrt{3} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} + 2 & \sqrt{3} - 2 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} - 2 & \sqrt{3} + 2 \end{pmatrix}$$

ist eine Drehung im  $\mathbb{R}^3$ .

- (a) Bestimmen Sie einen Einheitsvektor  $v_1$  in Richtung der Drehachse.
- (b) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Drehebene  $E$ .
- (c) Berechnen Sie den Drehwinkel  $\alpha$ .
- (d) Geben Sie eine ONB  $(v_1, v_2, v_3)$  an, bezüglich der  $\Phi$  folgende Abbildungsmatrix hat:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 20. (noch eine Drehung)**

**(4 Punkte)**

Sei  $\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  die Drehung mit Drehwinkel  $90^\circ$  um die Drehachse  $\left[ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right]$ . Bestimmen

Sie die Abbildungsmatrix von  $\Phi$  bezüglich der Standardbasis  $(e_1, e_2, e_3)$  des  $\mathbb{R}^3$ .

*Hinweis:* Für jede Orthonormalbasis  $(v_1, v_2, v_3)$  des  $\mathbb{R}^3$  gilt

$$\Phi(e_i) = \sum_{k=1}^3 \langle e_i, v_k \rangle \Phi(v_k).$$

**Aufgabe 21. (Determinanten)**

**(4 Punkte)**

- (a) Berechnen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 5 & 6 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (b) Sei  $C \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  und  $\det C = 4$ . Berechnen Sie die Determinanten von  $\frac{1}{2}C$  und  $C^{-1}C^T C$ .

**Abgabe:** Am Mittwoch, den 21.06.2006, bis **8:00 Uhr** in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes. Um den Korrekturaufwand der Tutoren in Grenzen zu halten, geben Sie bitte in **Zweiergruppen** innerhalb desselben Tutoriums ab.