Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Volker Drumm
Dr. Gabriele Link

SS 2006

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie
Übungsblatt 10

Aufgabe 28. (Variation der Konstanten) **(4 Punkte)**

Lösen Sie für $t \geq 0$ das gegebene Anfangswertproblem:

$$x'(t)\,(1+t) + 2x(t) = 2t\,, \qquad x(0) = 1.$$

Aufgabe 29. (Inhomogenes lineares System) **(4 Punkte)**

Lösen Sie das folgende lineare System von Differentialgleichungen:

$$\begin{array}{rclclcl} x_1'(t) & = & 3\,x_1(t) & + & 8\,x_2(t) & - & 10 \\ x_2'(t) & = & x_1(t) & + & x_2(t) & - & 1 \end{array}$$

Aufgabe 30. (Wronski-Determinante) **(4 Punkte)**

Gegeben sei das inhomogene System linearer Differentialgleichungen

$$x'(t) = A(t)\cdot x(t) + b(t) \quad \text{mit } A(t) = \begin{pmatrix} t & -1 \\ -1 & t \end{pmatrix} \quad \text{und } b(t) = \begin{pmatrix} t\cdot\cosh(t) \\ -t\cdot\sinh(t) \end{pmatrix}.$$

(a) Zeigen Sie, dass

$$u_1(t) = e^{t^2/2}\begin{pmatrix} -\sinh(t) \\ \cosh(t) \end{pmatrix}, \; u_2(t) = e^{t^2/2}\begin{pmatrix} -\cosh(t) \\ \sinh(t) \end{pmatrix}$$

ein Fundamentalsystem von Lösungen des homogenen Differentialgleichungssystems $x'(t) = A(t)\cdot x(t)$ bilden.

(b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems durch Variation der Konstanten.

Hinweis: Die Hyperbelfunktionen sind definiert durch

$$\sinh(t) := \frac{e^t - e^{-t}}{2}\,, \qquad \cosh(t) := \frac{e^t + e^{-t}}{2}\,.$$

Verwenden Sie außerdem die Formel $\cosh(t)^2 - \sinh(t)^2 = 1\,.$

Abgabe: Am Mittwoch, den 12.07.2006, bis **8:00 Uhr** in die Kästen bei Zi. 328 des Mathematikgebäudes. Um den Korrekturaufwand der Tutoren in Grenzen zu halten, geben Sie bitte in **Zweiergruppen** innerhalb desselben Tutoriums ab.