Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Konvexe Geometrie

3. Übungsblatt

9. Aufgabe (4 Punkte)
Es seien $A, B \subset \mathbb{R}^n$ konvex.

a) Zeigen Sie: relint $(A + B) =$ relint A + relint B.

b) Es sei A (oder B) beschränkt. Zeigen Sie: cl $(A + B) =$ cl A + cl B.

c) Zeigen Sie durch ein Gegenbeispiel, dass in b) nicht auf die Beschränktheit verzichtet werden kann.

10. Aufgabe (4 Punkte)
Es seien $A, B \subset \mathbb{R}^n$ nichtleer und konvex. Weiterhin sei relint $A \cap$ relint $B = \emptyset$. Zeigen Sie, dass es eine Hyperebene gibt, die A und B trennt.

11. Aufgabe (4 Punkte)
Es sei $A \subset \mathbb{R}^n$ nichtleer, abgeschlossen und konvex. Zeigen Sie, dass A genau dann kompakt ist, wenn zu jeder Richtung $u \in S^{n-1}$ eine Stützhyperebene $E(u)$ an A mit äußerer Normale u existiert.

12. Aufgabe (4 Punkte)
Es sei $A \subset \mathbb{R}^n$ abgeschlossen. Zeigen Sie: Ist für jedes $x \in \mathbb{R}^n$ die metrische Projektion $p(A, x)$ eindeutig bestimmt, dann ist A konvex.

ABGABE bis Freitag, den 18. November 2005, in der Vorlesung. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen** und Ihrer **Matrikelnummer**.