Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Konvexe Geometrie

10. Übungsblatt

35. Aufgabe (4 Punkte)
Für $K \in \mathcal{K}^n$ und $j \in \{0, \dots, n\}$ sei $V_j^{(n)}(K)$ das j-te innere Volumen. Zeigen Sie, dass es von n unabhängig ist, d. h. gilt $\dim K = k < n$, so haben wir

$$V_j^{(k)}(K) = V_j^{(n)}(K) \quad \text{für } 0 \leq j \leq k.$$

36. Aufgabe (4 Punkte)
Seien $K, K' \in \mathcal{K}^n$ und $K \cup K' \in \mathcal{K}^n$. Zeigen Sie:

a) $(K \cap K') + (K \cup K') = K + K'$,

b) $(K \cap K') + M = (K + M) \cap (K' + M)$ für alle $M \in \mathcal{K}^n$.

c) $(K \cup K') + M = (K + M) \cup (K' + M)$ für alle $M \in \mathcal{K}^n$.

37. Aufgabe (4 Punkte)
Es sei $\varphi(K) := V(\underbrace{K, \dots, K}_{j\text{-mal}}, M_{j+1}, \dots, M_n)$, wobei $K, M_{j+1}, \dots, M_n \in \mathcal{K}^n$.

Zeigen Sie: φ ist additiv, d. h. es gilt

$$\varphi(K \cap K') + \varphi(K \cup K') = \varphi(K) + \varphi(K')$$

für $K, K' \in \mathcal{K}^n$ mit $K \cup K' \in \mathcal{K}^n$.

Hinweis: Verwenden Sie die Additivität des Volumens und Aufgabe 32.

38. Aufgabe (4 Punkte)

a) Führen Sie für die folgende Aussage aus der Vorlesung den Beweis aus:
Für $K, M \in \mathcal{K}^n$ gilt

$$V(K, \dots, K, M)^2 \geq V(K, \dots, K, M, M) \cdot V(K).$$

b) Zeigen Sie im Fall $n = 3$

$$\pi \overline{B}(K)^2 \geq F(K) \qquad \text{und} \qquad F(K)^2 \geq 6\pi \overline{B}(K) V(K).$$

ABGABE bis Freitag, den 27. Januar 2006, in der Vorlesung. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen** und Ihrer **Matrikelnummer**.