Universität Karlsruhe (TH)
Mathematisches Institut II

Prof. Dr. W. Weil

Konvexe Geometrie

12. Übungsblatt

42. Aufgabe (4 Punkte)
Gegeben seien zwei konvexe Körper $M, L \in \mathcal{K}^n$ mit $\dim M = \dim L = n$ und ein Skalar $\alpha \in (0,1)$. Der konvexe Körper K_α erfülle

$$S_{n-1}(K_\alpha, \cdot) = \alpha S_{n-1}(M, \cdot) + (1-\alpha) S_{n-1}(L, \cdot).$$

(Es wurde in der Vorlesung erwähnt, dass K_α immer existiert.) Zeigen Sie, dass

$$V(K_\alpha)^{\frac{n-1}{n}} \geq \alpha V(M)^{\frac{n-1}{n}} + (1-\alpha) V(L)^{\frac{n-1}{n}},$$

gilt, wobei genau dann Gleichheit eintritt, wenn M und L homothetisch sind.

43. Aufgabe (4 Punkte)

a) Es seien $K, L \in \mathcal{K}^n$. Zeigen Sie, dass

$$V(K, \dots, K, \Pi L) = V(L, \dots, L, \Pi K)$$

gilt.

b) Es seien $K, M \in \mathcal{K}^n$ und $L := \Pi M$. Weiter sei

$$V_{n-1}(K \mid u^\perp) \leq V_{n-1}(L \mid u^\perp)$$

für alle $u \in S^{n-1}$. Zeigen Sie, dass

$$V_n(K) \leq V_n(L)$$

gilt.

44. Aufgabe (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$K \mapsto \Pi K$$

stetig ist.

b) Es sei $K \in \mathcal{K}^2$ mit $K = -K$. Zeigen Sie, dass

$$\Pi K = \vartheta(2K)$$

ist, wobei ϑ die Drehung mit Drehwinkel $\frac{\pi}{2}$ bezeichne.

ABGABE bis Freitag, den 10. Februar 2006, in der Vorlesung. Heften Sie die zur Abgabe bestimmten Blätter zusammen, und versehen Sie diese mit Ihrem **Namen** und Ihrer **Matrikelnummer**.